解　答　例

◎後期入試（2022年3月9日実施）

数　　学

数学②＝工学部（120分で２教科選択・100点）

1　$3\sqrt{5}=\sqrt{45}$ であるから，$\sqrt{36}<3\sqrt{5}<\sqrt{49} \leftrightarrow 6<3\sqrt{5}<7$

$3\sqrt{5}$ の整数部分 $a=6$，小数部分 $b=3\sqrt{5}-6$

$$\therefore \frac{a}{b}=\frac{6}{3\sqrt{5}-6}=\frac{2}{\sqrt{5}-2}=2\left(\sqrt{5}+2\right)=\boxed{2}\sqrt{\boxed{5}}+\boxed{4}$$

…(ア)，(イ)，(ウ)

2　$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ より

$$\sin 20^\circ \cos 20^\circ = \frac{1}{\boxed{2}}\sin 40^\circ \qquad \cdots(エ)$$

$$\sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ = \frac{1}{2}\sin 40^\circ \cos 40^\circ = \frac{1}{\boxed{4}}\sin 80^\circ \qquad \cdots ①$$

…(オ)

①より　$\cos 20^\circ \cos 40^\circ = \dfrac{\sin 80^\circ}{4\sin 20^\circ}$　であるから

$$\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = \frac{\sin 80^\circ \cos 80^\circ}{4\sin 20^\circ} = \frac{\sin 160^\circ}{8\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin\left(180^\circ - 20^\circ\right)}{8\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ}{8\sin 20^\circ} = \frac{1}{\boxed{8}} \qquad \cdots(カ)$$

3　$\log_x y - 5\log_y x = 4$ のとき，$\log_x y - \dfrac{5}{\log_x y} = 4$

$\left(\log_x y\right)^2 - 5 = 4\log_x y \leftrightarrow \left(\log_x y - 5\right)\left(\log_x y + 1\right) = 0$

$\log_x y = 5$　または　$\log_x y = -1$

$\therefore y = x^{\boxed{5}}$　または　$y = x^{\boxed{-}\boxed{1}}$ …(キ)，(ク)，(ケ)

また,

$$\frac{\log_4 2}{\log_5 3}\times\frac{\log_6 4}{\log_7 5}\times\frac{\log_8 6}{\log_9 7}$$ において

$$分子=\frac{\log_2 2}{\log_2 4}\times\frac{\log_2 4}{\log_2 6}\times\frac{\log_2 6}{\log_2 8}=\frac{1}{3}$$

$$分母=\frac{\log_3 3}{\log_3 5}\times\frac{\log_3 5}{\log_3 7}\times\frac{\log_3 7}{\log_3 9}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore 与式=\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$$ …(コ), (サ)

4　$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty} x\sin\left(\sin\frac{2}{x}\right)=\lim_{x\to\infty} x\sin\frac{2}{x}\frac{\sin\left(\sin\frac{2}{x}\right)}{\sin\frac{2}{x}}$$

$$=\lim_{x\to\infty} 2\frac{\sin\frac{2}{x}}{\frac{2}{x}}\frac{\sin\left(\sin\frac{2}{x}\right)}{\sin\frac{2}{x}}=\boxed{2}$$ …(シ)

また,

$\left|\sin\left(\sin\frac{2}{x}\right)\right|\leqq 1$　より　$\left|x\sin\left(\sin\frac{2}{x}\right)\right|\leqq|x|$　であるから

$$0\leqq\lim_{x\to 0}|f(x)|\leqq\lim_{x\to 0}|x|=0$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}|f(x)|=0,\quad \lim_{x\to 0} f(x)=\boxed{0}$$ …(ス)

5　点$\mathrm{P}(2p-7,2q-7)$が原点を中心とする半径4の円の内部

および周上に含まれるとき

$$(2p-7)^2+(2q-7)^2\leqq 16\cdots①$$

p,qは1以上6以下の整数であるから,

$2p-7$と$2q-7$は−5以上5以下の奇数である。

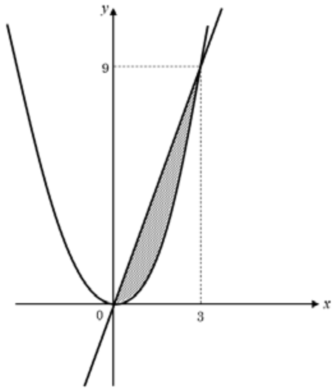
①を満たすp,qの値の組は

$2p-7=\pm1$のとき,　$2q-7=\pm1,\pm3$　（複号任意）

$2p-7=\pm3$のとき,　$2q-7=\pm1,$　（複号任意）

より, 全部で12組存在する。

確率は　$$\frac{12}{6^2}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}}$$ …(セ), (ソ)



6　$C: y=x^2$ と $L: y=3x$
の共通点の x 座標は

$$x^3=3x \quad \text{より}$$

$x=0,3$

よって，原点以外の

交点の座標は $\left(\boxed{3}, \boxed{9}\right)$

…(タ)，(チ)

斜線部を y 軸の周りに回転させて得られる立体の体積は

$$\pi\int_0^9 y\,dy-\frac{1}{3}\cdot 3^2\pi\cdot 9=\pi\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^9-27\pi=\frac{\boxed{2}\boxed{7}}{\boxed{2}}\pi$$

…(ツ)，(テ)，(ト)

7　$$\cos\angle \mathrm{PRQ}=\frac{\left(\vec{p}-\vec{r}\right)\cdot\left(\vec{q}-\vec{r}\right)}{\left|\vec{p}-\vec{r}\right|\left|\vec{q}-\vec{r}\right|}=\frac{\vec{p}\cdot\vec{q}-\left(\vec{p}+\vec{q}\right)\cdot\vec{r}+\left|\vec{r}\right|^2}{\left|\vec{p}-\vec{r}\right|\left|\vec{q}-\vec{r}\right|}$$

ここで，$\left|\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right|=3$ より

$$\left|\vec{p}\right|^2+\left|\vec{q}\right|^2+\left|\vec{r}\right|^2+2\vec{p}\cdot\vec{q}-2\left(\vec{p}+\vec{q}\right)\cdot\vec{r}=9$$

$\left|\vec{p}\right|=\left|\vec{q}\right|=\left|\vec{r}\right|=3$，　$\vec{p}\cdot\vec{q}=5$ であるから

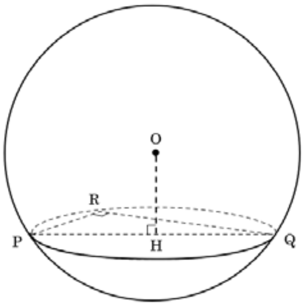
$$\left(\vec{p}+\vec{q}\right)\cdot\vec{r}=14$$

$$\therefore \cos\angle \mathrm{PRQ}=\frac{5-14+9}{\left|\vec{p}-\vec{r}\right|\left|\vec{q}-\vec{r}\right|}=0$$

よって，$\angle \mathrm{PRQ}=\boxed{9}\boxed{0}^\circ$　　…(ナ)，(ニ)

$\mathrm{PQ}^2=\left|\vec{p}-\vec{q}\right|^2=\left|\vec{p}\right|^2-2\vec{p}\cdot\vec{q}+\left|\vec{q}\right|^2=9-10+9=\boxed{8}$　　…(ヌ)

$\angle PRQ = 90°$ であるから，線分PQは球と平面PQRの交円の直径である。したがって，Oから平面PQRに下ろした垂線をOHとすると，Hは線分PQの中点である。



$$OH^2 = OP^2 - PH^2 = 3^2 - \sqrt{2}^2 = 7$$

$$\therefore OH = \sqrt{\boxed{7}} \qquad \cdots(ネ)$$

数学①＝経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部
（120分で２教科選択・100点）

1　分母を有理化して整理すると

$$x = 3 + 2\sqrt{2},\quad y = 3 - 2\sqrt{2}$$

であるから，

$$x + y = \boxed{6} \qquad \cdots(ア)$$

$xy = 1$ であるから，

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 36 - 2 = \boxed{3}\boxed{4} \qquad \cdots(イ),\ (ウ)$$

$x - y = 4\sqrt{2}$ であるから，

$$x^4 - y^4 = (x-y)(x+y)(x^2+y^2) = \boxed{8}\boxed{1}\boxed{6}\sqrt{2} \qquad \cdots(エ),\ (オ),\ (カ)$$

2　2 次関数は

$$y = a(x-b)^2 - 6,\quad a > 0$$

とおける．グラフが点 $(2,\ -4)$，$(-1,\ 2)$ を通るから，

$$\begin{cases} -4 = a(2-b)^2 - 6 \\ 2 = a(-1-b)^2 - 6 \end{cases} \iff \begin{cases} a(2-b)^2 = 2 \\ a(1+b)^2 = 8 \end{cases}$$

a を消去して

$$(1+b)^2 = 4(2-b)^2 \quad より \quad b^2 - 6b + 5 = 0 \qquad \therefore\ b = 1,\ 5$$

$b = 5$ のとき $a = \dfrac{2}{9}$ となり，a が整数であることに反する．よって，

$$b = 1,\quad a = 2$$

求めるものは

$$2(x-1)^2 - 6 = \boxed{2}x^2 - \boxed{4}x - \boxed{4} \qquad \cdots(キ),\ (ク),\ (ケ)$$

3　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ すなわち $x^2+y^2=1$ であるから，

$$xy=\frac{(x+y)^2-(x^2+y^2)}{2}=\frac{\boxed{-}\boxed{3}}{\boxed{8}} \quad \cdots(コ),\ (サ),\ (シ)$$

このとき，

$$(x-y)^2=x^2+y^2-2xy=\frac{7}{4}$$

また，$\sin\theta\cos\theta<0$ であるが，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ より

$$\sin\theta>0,\quad \cos\theta<0$$

したがって，

$$x-y=\frac{\boxed{-}\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{2}} \quad \cdots(ス),\ (セ),\ (ソ)$$

4　正弦定理より

$$\mathrm{AB}=2\cdot 1\sin 60^\circ=\sqrt{3}$$

余弦定理より

$$3=\frac{1}{4}+\mathrm{CA}^2-2\cdot\frac{1}{2}\cdot\mathrm{CA}\cos 60^\circ$$

整理して，

$$4\mathrm{CA}^2-2\mathrm{CA}-11=0$$

$\mathrm{CA}>0$ より

$$\mathrm{CA}=\frac{\boxed{3}\sqrt{\boxed{5}}+1}{\boxed{4}} \quad \cdots(タ),\ (チ),\ (ツ)$$

5　3 桁の自然数のうち，55 の倍数は

$55\cdot 2,\ 55\cdot 3,\ \cdots,\ 55\cdot 18$ の $\boxed{1}\boxed{7}$ (個)　$\cdots$ (テ), (ト)

5 の倍数の個数は

$5\cdot 20,\ 5\cdot 21,\ \cdots,\ 5\cdot 199$ の 180 (個)

11 の倍数の個数は

$11\cdot 10,\ 11\cdot 11,\ \cdots,\ 11\cdot 90$ の 81 (個)

したがって，5 または 11 の倍数であるものの個数は

$180+81-17=\boxed{2}\boxed{4}\boxed{4}$ (個)　$\cdots$ (ナ), (ニ), (ヌ)

6　集合 A は

$$A=\{(0,\ 0),\ (0,\ 1),\ (0,\ 2),\ (1,\ 0),\ (1,\ 1),\ (2,\ 0)\}$$

集合 B は

$$B=\{(0,\ 0),\ (0,\ 1),\ (1,\ 0),\ (1,\ 1),\ (2,\ 0),\ (2,\ 1),\ (3,\ 0),\ (3,\ 1)\}$$

であるから，集合 X の要素の個数を $n(X)$ とすると，

$n(A)=\boxed{6},\quad n(B)=\boxed{8}$　$\cdots$ (ネ), (ノ)

また，

$$\overline{A}\cap B=\{(2,\ 1),\ (3,\ 0),\ (3,\ 1)\},\quad A\cap\overline{B}=\{(0,\ 2)\}$$

であるから，

$$n(\overline{A}\cap B)=\boxed{3},\quad n(A\cap\overline{B})=\boxed{1} \qquad \cdots(\text{ハ}),\ (\text{ヒ})$$

7　A が当たる，当たらないにしたがって，B と C がともに当たる確率は

$$\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}\cdot\frac{1}{7}+\frac{6}{9}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}=\frac{42}{9\cdot8\cdot7}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{1}\boxed{2}} \qquad \cdots(\text{フ}),\ (\text{ヘ}),\ (\text{ホ})$$

また，A，B，C の少なくとも 1 人が当たる確率は

$$1-\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}=1-\frac{5}{21}=\frac{\boxed{1}\boxed{6}}{\boxed{2}\boxed{1}} \qquad \cdots(\text{マ}),\ (\text{ミ}),\ (\text{ム}),\ (\text{メ})$$

8　方べきの定理 AE・CE = DE・BE より

$$3\cdot5=6\,\mathrm{BE} \qquad \therefore\ \mathrm{BE}=\frac{\boxed{5}}{\boxed{2}} \qquad \cdots(\text{モ}),\ (\text{ヤ})$$

円周角の性質より

$$\angle\mathrm{EAF}=\angle\mathrm{EBF}=180^\circ-59^\circ=121^\circ$$

また，

$$\angle\mathrm{AEB}=\angle\mathrm{CED}=91^\circ$$

よって，

$$\angle\mathrm{CFD}=360^\circ-(2\cdot121^\circ+91^\circ)=\boxed{2}\boxed{7}^\circ \qquad \cdots(\text{ユ}),\ (\text{ヨ})$$

9　平均値 $\overline{x}$ が 6 のとき，

$$\frac{5+3+a+2+8+9}{6}=6 \iff a+27=36$$

より

$$a=\boxed{9} \qquad \cdots(\text{ラ})$$

このときの分散 s^2 の値は

$$s^2=\frac{1+9+9+16+4+9}{6}=\boxed{8} \qquad \cdots(\text{リ})$$

英　　　語

工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部

（120分で２教科選択・100点）

〔1〕	1	イ	2	イ	3	ウ	4	イ	5	イ
	6	ア	7	エ	8	ア	9	ウ	10	エ
〔2〕	11	ウ	12	イ	13	エ	14	エ	15	ア
	16	ウ	17	ウ	18	イ	19	ア	20	イ
〔3〕	21	ク	22	イ	23	ア	24	コ	25	オ
	26	オ	27	ウ	28	ク	29	キ	30	イ
〔4〕	31	イ	32	エ	33	ア	34	ウ	35	ア
〔5〕	36	ア	37	エ	38	ウ	39	オ	40	イ

国　　語

工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部

（120分で２教科選択・100点）

(一)	1	エ	2	ウ	3	ア	4	エ	5	ア
	6	イ	7	イ	8	オ	9	ア	10	ア
	11	エ	12	ウ	13	エ				
(二)	14	イ	15	イ	16	エ	17	ア	18	ア
	19	イ	20	オ	21	ア	22	カ	23	カ
	24	ウ	25	エ	26	オ	27	エ・カ	28	ウ・オ
(三)	29	イ	30	ア	31	ウ	32	カ	33	イ
	34	ア								