解　答　例

◎後期入試（2023年3月7日実施）

数　　学

数学②＝工・理工学部（120分で２教科選択・100点）

1

$\vec{a}+\vec{b}$ と $2\vec{a}-5\vec{b}$ が垂直のとき

$$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}-5\vec{b}\right)=2\left|\vec{a}\right|^2-3\vec{a}\cdot\vec{b}-5\left|\vec{b}\right|^2=0$$

$\left|\vec{a}\right|=2,\ \left|\vec{b}\right|=1$ であるから

$$8-3\vec{a}\cdot\vec{b}-5=0$$

$$\therefore\ \vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{1}$$ … (ｱ)

$\vec{a}$と$\vec{b}$ のなす角を θ とすると

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}=\frac{1}{2}$$

$0°\leqq\theta\leqq 180°$ であるから $\theta=\boxed{6}\boxed{0}°$ … (ｲ)，(ｳ)

2

$\dfrac{2a}{b+c}=\dfrac{2b}{c+a}=\dfrac{2c}{a+b}=k$ とおく。

$$2a=k(b+c),\ 2b=k(c+a),\ 2c=k(a+b)$$

これらの辺々を加えて

$$2(a+b+c)=2k(a+b+c)$$

$$\therefore\ a+b+c=0,\ \text{または}\ k=1$$

$a+b+c=0$ のとき，$\therefore\ k=\dfrac{2a}{-a}=-2$

$k=1$ のとき，例えば $a=b=c=1$ となる a, b, c の値が存在する。

よって，式の値は $\boxed{1}$ または $\boxed{-}\boxed{2}$ … (ｴ)，(ｵ)，(ｶ)

3

$e^x>0$ であるから， $y=\log\sqrt{\dfrac{e^x}{e^x+1}}=\dfrac{1}{2}\left\{x-\log(e^x+1)\right\}$

$$y'=\frac{1}{2}\left(1-\frac{e^x}{e^x+1}\right)=\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}e^x+\boxed{2}} \qquad \cdots \text{(キ), (ク), (ケ)}$$

4

$$\tan^2\frac{\pi}{8}=\frac{\sin^2\frac{\pi}{8}}{\cos^2\frac{\pi}{8}}=\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{1+\cos\frac{\pi}{4}}=\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}=2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$\tan\dfrac{\pi}{8}>0$ であるから

$$\tan\frac{\pi}{8}=\sqrt{2}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{\boxed{2}}-\boxed{1} \qquad \cdots \text{(コ), (サ)}$$

$$\tan\frac{3\pi}{8}=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{1}{\tan\frac{\pi}{8}}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{\boxed{2}}+\boxed{1} \qquad \cdots \text{(シ), (ス)}$$

5

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x-2}\right)^{\frac{x-2}{5}\cdot\frac{5x}{x-2}}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x-2}\right)^{\frac{x-2}{5}\cdot\frac{5}{1-\frac{2}{x}}}=e^5$$

$$\therefore\ \log\left\{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x\right\}=\log e^5=\boxed{5} \qquad \cdots \text{(セ)}$$

6

C_1 とC_2 の共有点において

$4x^2+4x+1=x^2-2x+1$ より　$3x(x+2)=0$

交点の座標は$(-2,\ \boxed{9})$と$(\boxed{0},\ \boxed{1})$ $\qquad\cdots$ (ソ)，(タ)，(チ)

$-2\leqq x\leqq 0$ において， $x^2-2x+1-(4x^2+4x+1)=-3x(x+2)\geqq 0$ であるから，求める面積は

$$-\int_{-2}^{0}3x(x+2)dx=\frac{1}{2}\{0-(-2)\}^3=\boxed{4} \qquad \cdots \text{(ツ)}$$

7　3回目に3が出るときは，次の4つの場合に分けることができる。

奇・奇・3，奇・偶・3，偶・奇・3，偶・偶・3

求める確率は

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{\boxed{7}\boxed{2}\boxed{1}}{3000} \qquad \cdots \text{(テ), (ト), (ナ)}$$

4回目に4が出るとき，偶数は2と4だけでそれらが書かれたカードが取り出されると捨てるので，次の4つの場合に分けることができる。

2・奇・奇・4，奇・2・奇・4，奇・奇・2・4，奇・奇・奇・4

求める確率は

$$\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{5}=\frac{\boxed{4}\boxed{4}\boxed{7}\boxed{3}}{40000}$$

…(ニ)，(ヌ)，(ネ)，(ノ)

数学①＝経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部
（120分で２教科選択・100点）

1　分母を有理化して整理すると

$$(\text{与式})=\frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{5}+2\sqrt{2})}{8+2\sqrt{15}-8}-\frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{5}-2\sqrt{2})}{8+2\sqrt{15}-8}$$
$$=\frac{6\cdot 2\sqrt{2}}{2\sqrt{15}}$$

より

$$(\text{与式})=\frac{\boxed{2}\sqrt{\boxed{3}\boxed{0}}}{\boxed{5}}$$

…(ア)，(イ)，(ウ)，(エ)

2　集合 A，B は

$$A=\{1,\ 2,\ \cdots,\ 10\},\quad B=\{2,\ 4,\ \cdots,\ 100\}$$

であり，要素の個数は

$$n(A)=10,\quad n(B)=50,\quad n(A\cap B)=5$$

したがって，

$$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B})=100-5=\boxed{9}\boxed{5}$$
…(オ)，(カ)

$$n(\overline{A}\cap\overline{B})=n(\overline{A\cup B})=100-(10+50-5)=\boxed{4}\boxed{5}$$
…(キ)，(ク)

3　$x=-5$ が解であるから

$$25-5m+n=0 \iff n=5(m-5)$$

m, n は 1 桁の自然数で，n は 5 の倍数であるから，

$$n=5,\quad m=6$$

このとき，方程式は $x^2+6x+5=0$ である．したがって，

残りの解は $x=\boxed{-}\boxed{1}$，$m=\boxed{6}$，$n=\boxed{5}$　…(ケ)，(コ)，(サ)，(シ)

4　①について，

$$y=x^2-4x=(x-2)^2-4,\quad \text{頂点 } (2,\ -4)$$

したがって，②は

$$y=-2(x-2)^2-4=-2x^2+8x-12$$

となり，a，b の値は

$a=\boxed{8}$，$b=-\boxed{1}\boxed{2}$　…(ス)，(セ)，(ソ)

$1\leqq x\leqq 4$ で定義された関数②は

$x = \boxed{4}$ で最小値 $\boxed{-}\boxed{1}\boxed{2}$ … (タ), (チ), (ツ), (テ)

をとる.

5 第 1 式について

$$-6 < 2x - 1 < 6 \iff -\frac{5}{2} < x < \frac{7}{2}$$

第 2 式について

$$4x^2 - 12x - 27 < 0 \iff (2x+3)(2x-9) < 0 \iff -\frac{3}{2} < x < \frac{9}{2}$$

したがって，解は

$$-\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}} < x < \frac{\boxed{7}}{\boxed{2}}$$ … (ト), (ナ), (ニ), (ヌ)

6 C から AB に下ろした垂線の足を H とおくと，

$$\mathrm{BC} = \sqrt{2}\,\mathrm{CH} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\mathrm{AC}$$

より

$$\mathrm{BC} = \frac{\boxed{3}\sqrt{\boxed{6}}}{\boxed{2}}$$ … (ネ), (ノ), (ハ)

正弦定理を用いて，外接円の面積は

$$\pi\left(\frac{\mathrm{BC}}{2\sin 30^\circ}\right)^2 = \frac{\boxed{2}\boxed{7}}{\boxed{2}}\pi$$ … (ヒ), (フ), (ヘ)

7 BD と CE の交点を H とおくと，

$$\mathrm{AH} = \mathrm{BH} = \mathrm{CH} = \mathrm{DH} = \mathrm{EH} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

また，

$$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{ACD} = \triangle\mathrm{ADE} = \triangle\mathrm{AEB} = \frac{\sqrt{3}}{4},\ (\text{正方形 BCDE}) = 1$$

内接球の半径を r とおくと，

$$\frac{r}{3}\left(4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + 1\right) = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{より} \quad r \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{3} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

よって，

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{\boxed{6}} - \sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{4}}$$ … (ホ), (マ), (ミ)

8 2 つのサイコロに同じ目が出る確率は $\frac{1}{6}$ であるから，

A のサイコロの目が B のサイコロの目より大きい 確率は

$$\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{\boxed{5}}{\boxed{1}\boxed{2}}$$ … (ム), (メ), (モ)

9 条件より

$$\frac{x^2 + 5^2 + 2^2 + 4^2 + 4^2 + 6^2 + 9^2}{7} - \left(\frac{x + 5 + 2 + 4 + 4 + 6 + 9}{7}\right)^2 = 10$$

整理して

$$7(x^2 + 178) - (x+30)^2 = 490 \quad \text{より} \quad x^2 - 10x - 24 = 0 \iff (x-12)(x+2) = 0$$

よって，

$x = \boxed{1}\boxed{2}$ … (ヤ), (ユ)

英　　語

工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育・理工学部

（120分で２教科選択・100点）

〔1〕	1	ウ	2	ウ	3	イ	4	エ	5	ウ
	6	イ	7	ア	8	ア	9	イ	10	エ
〔2〕	11	ア	12	ウ	13	イ	14	エ	15	ウ
	16	イ	17	エ	18	エ	19	イ	20	ア
〔3〕	21	ア	22	ケ	23	エ	24	カ	25	コ
	26	ケ	27	オ	28	ア	29	キ	30	イ
〔4〕	31	ア	32	ア	33	イ	34	ウ	35	エ
〔5〕	36	ウ	37	ア	38	オ	39	エ	40	イ

国　　語

工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育・理工学部

（120分で２教科選択・100点）

(一)	1	ア	2	ウ	3	イ	4	イ	5	エ
	6	エ	7	カ	8	エ	9	ア	10	イ
	11	エ	12	ア	13	ウ				
(二)	14	エ	15	オ	16	ウ	17	オ	18	オ
	19	ア	20	エ	21	オ	22	ウ	23	イ
	24	エ	25	ア	26	エ	27	ア	28	ア
(三)	29	イ	30	オ	31	カ	32	オ	33	カ
	34	ア								