

===== 解 答 例 (河合塾が作成しました) =====

◎後期試験(平成21年3月9日実施)

数 学

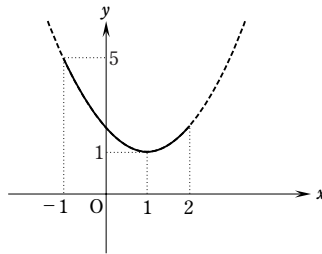
数学②=工学部(90分・100点)

1.
$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{5}-\sqrt{7})}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{5-7}$$

$$= \frac{\sqrt{\boxed{7}}-\sqrt{\boxed{5}}}{\boxed{2}} \quad \dots\text{ア, イ, ウ}$$

2. $y = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ ($-1 \leq x \leq 2$) より,



最大値は $\boxed{5}$ ($x = -1$ のとき) …エ
 最小値は $\boxed{1}$ ($x = 1$ のとき) …オ

3. $y = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ が

点(0, 3)を通るとき, $3 = a$

点(1, 4)を通るとき, $4 = a + b$

点(2, 7)を通るとき, $7 = a + 2b + 2c$

点(3, 24)を通るとき, $24 = a + 3b + 6c + 6d$

これを解いて,

$a = \boxed{3}$, $b = \boxed{1}$, $c = \boxed{1}$, $d = \boxed{2}$ …カ, キ, ク, ケ

4. $p(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) とおくと,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x)}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2+bx+c}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = a$$
 であるから, $a = 2$

また, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{p(x)}{x}$ について, 有限な値に収束し, $x \rightarrow 0$ であるから,

$\lim_{x \rightarrow 0} p(x) = 0$ である必要がある,

$$\lim_{x \rightarrow 0} p(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (ax^2 + bx + c) = c \text{ であるから, } c = 0$$

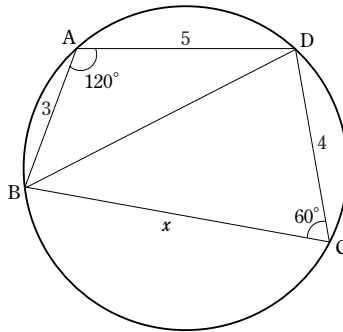
このとき,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{p(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + bx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (2x + b) = b \text{ であるから, } b = 3$$

以上より,

$$p(x) = \boxed{2}x^2 + \boxed{3}x \quad \dots \text{コ, サ}$$

5. 四角形 ABCD は円に内接するから, $\angle BAD = 120^\circ$ のとき, $\angle BCD = 60^\circ$



$\triangle ABD$ において余弦定理より

$$BD^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 49$$

よって, $BD = 7$

また, $BC = x$ とおくと, $\triangle BCD$ において余弦定理より,

$$7^2 = x^2 + 4^2 - 2 \cdot x \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 - 4x - 33 = 0$$

$x > 0$ より

$$x = BC = \boxed{2} + \sqrt{\boxed{3}\boxed{7}} \quad \dots \text{シ, ス, セ}$$

$$6. \sum_{k=1}^{49} \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k+1} = \sum_{k=1}^{49} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = 1 - \frac{1}{50}$$

$$= \frac{\boxed{4}\boxed{9}}{\boxed{5}\boxed{0}} \quad \dots \text{ソ, タ, チ, ツ}$$

7. 52枚のカードをすべて区別して考える.

- (1) 52枚から2枚選ぶ方法は ${}_{52}C_2$ 通り.

このうち, 2枚が同じである選び方は, $13 \times {}_4C_2$ 通り.

よって, 求める確率は

$$\frac{13 \times {}_4C_2}{{}_{52}C_2} = \frac{13 \times 6}{1326} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{1}\boxed{7}} \quad \dots \text{テ, ト, ナ}$$

- (2) 52枚から3枚選ぶ方法は ${}_{52}C_3$ 通り.

このうち, 3枚が同じである選び方は, $13 \times {}_4C_3$ 通り.

よって、求める確率は

$$\frac{{}^{13}\times_4C_3}{{}^{52}C_3} = \frac{13 \times 4}{22100} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{4}\boxed{2}\boxed{5}} \quad \dots \text{ニ, ヌ, ネ, ノ}$$

(3) 52枚から3枚選ぶ方法は ${}^{52}C_3$ 通り.

このうち、2枚が同じ数で1枚が異なる数である選び方は、

$${}^{13}P_2 \times {}_4C_2 \times {}_4C_1 \text{ 通り.}$$

よって、求める確率は

$$\frac{{}^{13}P_2 \times {}_4C_2 \times {}_4C_1}{{}^{52}C_3} = \frac{156 \times 6 \times 4}{22100} = \frac{\boxed{7}\boxed{2}}{\boxed{4}\boxed{2}\boxed{5}} \quad \dots \text{ハ, ヒ, フ, ヘ, ホ}$$

数学①＝経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部
(60分・100点)

1. $\sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$ より $\sqrt{23}$ の整数部分は4である.

よって、 $\sqrt{23}$ の小数部分 a は

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{23} - 4 \\ (a+4)^2 &= (\sqrt{23})^2 \\ a^2 + 8a &= \boxed{7} \quad \dots \text{ア} \end{aligned}$$

2. $x = 6.\dot{5}4$ とおく.

$$\begin{aligned} x &= 6.5454 \dots \\ 100x &= 654.5454 \dots \end{aligned}$$

辺々ひいて、

$$\begin{aligned} 99x &= 648 \\ x &= \frac{\boxed{7}\boxed{2}}{11} \quad \dots \text{イ, ウ} \end{aligned}$$

3. ノートを x 冊買うものとする. (ただし, $x \geq 10$)

$$\text{A店 } 100 \times (1 - 0.12) \times x \text{ (円)}$$

$$\text{B店 } 100 \times 10 + 100 \times (1 - 0.25) \times (x - 10) \text{ (円)}$$

より、

$$\begin{aligned} 100 \times 0.88x &> 100 \times 10 + 100 \times 0.75 \times (x - 10) \\ 0.88x &> 10 + 0.75x - 7.5 \\ 0.13x &> 2.5 \\ x &> 19.230 \dots \end{aligned}$$

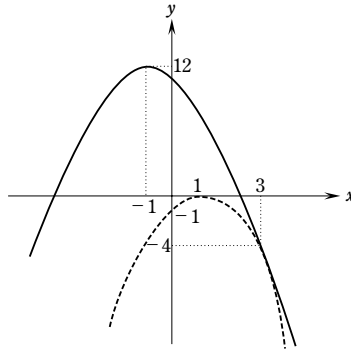
$0 < x < 10$ のときはA店で買った方が明らかに安いから $\boxed{2}\boxed{0}$ 冊以上B店で買えばA店より安い. $\dots \text{エ, オ}$

4.
$$f(x) = -x^2 + 2|x-3| + 5$$

$$= \begin{cases} -x^2 + 2x - 1 & (x \geq 3 \text{ のとき}) \\ -x^2 - 2x + 11 & (x < 3 \text{ のとき}) \end{cases}$$

グラフから,

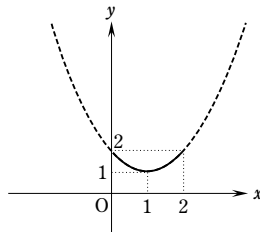
$x = \boxed{-1}$ のとき, …カ, キ
 最大値 $\boxed{12}$ …ク, ケ



5. $x^2 - 2x + 2 = u$ とおくと,

$$u = (x-1)^2 + 1$$

$0 \leq x \leq 2$ のとき, $1 \leq u \leq 2$



このとき, $y = u^2 - 2u + 2$

$$= (u-1)^2 + 1 \quad (=f(u) \text{ とおく})$$

軸 $u = 1$ より, $1 \leq u \leq 2$ で $f(u)$ は増加関数である.

したがって,

$$f(1) \leq y \leq f(2)$$

$$\boxed{1} \leq y \leq \boxed{2}$$

…コ, サ

6. $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$ の両辺を 2 乗して,

$$\cos^2 \theta - 2 \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta = \frac{2}{3}$$

$$\cos \theta \sin \theta = \frac{1}{6}$$

$$(\cos \theta + \sin \theta)^2 = \cos^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta$$

$$= 1 + 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{3}$$

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ より, $\cos \theta + \sin \theta > 0$ であるから,

$$\cos \theta + \sin \theta = \frac{\boxed{2}}{\boxed{3}} \sqrt{\boxed{3}} \quad \dots \text{シ, ス, セ}$$

7. 三角形 ABP において, 余弦定理から,

$$AP^2 = 3^2 + 1^2 - 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 7$$

$$AP = \sqrt{7}$$

このとき, $DP = AP = \sqrt{7}$

三角形 APD において, 余弦定理から,

$$3^2 = (\sqrt{7})^2 + (\sqrt{7})^2 - 2\sqrt{7}\sqrt{7} \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\boxed{5}}{\boxed{14}} \quad \dots \text{ツ, タ, チ}$$

8. 十の位の数の決め方は $1 \sim 9$ から 1 つ選んで 9 通りある.

一の位の数は十の位と異なる数を 1 つ選べばよいから, 9 通りある. 積の法則より,

$$9 \cdot 9 = \boxed{81} \text{ (通り)} \quad \dots \text{ツ, テ}$$

9. d, o, g, f の 4 文字を用いてできる異なる 3 文字の文字列は

$${}_4P_3 = 24 \text{ (通り)}$$

同じ文字を含んでもよいとき,

(ア) 3 文字が異なるとき, $\boxed{24}$ 通り. $\dots \text{ト, ナ}$

(イ) ちょうど 2 文字が同じとき, 用いる文字の決め方は

(i) d, d, o このとき並べ方は 3 通り,

(ii) d, d, g このとき並べ方は 3 通り,

(iii) d, d, f このとき並べ方は 3 通り,

(iv) o, o, d このとき並べ方は 3 通り,

(v) o, o, g このとき並べ方は 3 通り,

(vi) o, o, f このとき並べ方は 3 通り.

(ウ) 3 つの文字が同じとき文字列は 1 通り.

以上から

$$24 + 3 \times 6 + 1 = \boxed{43} \text{ (通り)} \quad \dots \text{ニ, ヌ}$$

英 語

英語①＝工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部
(60分・100点)

- | | | | | | | | | | | |
|-----|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| 〔1〕 | 1 | ア | 2 | ア | 3 | イ | 4 | ウ | 5 | イ |
| | 6 | エ | 7 | ウ | 8 | イ | 9 | ア | 10 | エ |
| 〔2〕 | 11 | イ | 12 | ウ | 13 | ア | 14 | エ | 15 | ウ |
| | 16 | ア | 17 | ア | 18 | イ | 19 | イ | 20 | エ |
| 〔3〕 | 21 | キ | 22 | ウ | 23 | ク | 24 | カ | 25 | ア |
| | 26 | オ | 27 | イ | 28 | ク | 29 | キ | 30 | ア |
| 〔4〕 | 31 | ア | 32 | イ | 33 | ウ | 34 | イ | 35 | エ |
| | 36 | ウ | 37 | イ | 38 | ケ | 39 | ク | 40 | ア |

国 語

工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部
(60分・100点)

- | | | | | | | | | | | |
|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| 一 | 1 | ア | 2 | ウ | 3 | ウ | 4 | イ | 5 | エ |
| | 6 | ア | 7 | オ | 8 | ア | 9 | イ | 10 | ウ |
| | 11 | ア | 12 | ア | 13 | エ | 14 | ウ | 15 | オ |
| 二 | 16 | ア | 17 | オ | 18 | イ | 19 | ウ | 20 | イ |
| | 21 | エ | 22 | エ | 23 | オ | 24 | ウ | 25 | ア |
| | 26 | エ | 27 | イ | 28 | エ | 29 | オ | 30 | ウ |
| 三 | 31 | ウ | 32 | キ | 33 | カ | 34 | エ | 35 | イ |
| | 36 | エ | 37 | キ | 38 | オ | 39 | カ | 40 | イ |