

## ブロック積み擁壁の地震挙動と示力線方程式の比較

TC22013 山崎 魁斗

### 1. 研究背景・目的

これまで日本では多くの地震災害に遭遇し被害を受けている。2011年3月11日に発生した東北地方太平洋沖地震や2016年4月16日に発生した熊本地震などによる人的被害や家屋の被害などが多く報告されている。地震時の被害の1つとして宅地擁壁の崩壊が挙げられる。熊本地震では熊本県内で4,043件の宅地擁壁が被災した<sup>1)</sup>。宅地擁壁に用いられる擁壁は、空石積み擁壁、間知ブロック擁壁、鉄筋コンクリート擁壁、増積み擁壁などが存在する。中でもブロック積み擁壁が多く採用され、転倒などの被害が多数報告されている(写真-1(a)および(b)参照)。そのためブロック積み擁壁の安定性の評価方法や耐震性能の確認、耐震補強などが緊急の課題となっている。

本研究ではブロック積み擁壁を対象としたモデルによる傾斜実験(静的)、振動台実験(動的)およびMaterial Point Method(以下MPMとする)を用いた再現解析を実施し、設計法である示力線方程式と実験結果を比較する。示力線方程式の適応範囲を明らかにし、地震時の安定照査を可能にすることを目的とする。



(a)東日本大震災



(b)熊本地震

写真-1 地震による擁壁被害<sup>2)</sup>

### 2. 示力線方程式

空積み擁壁の安定計算には示力線方程式が用いられることが多い。示力線方程式とはブロック積み擁壁のブロックと裏込め材を一枚の壁体と考え、壁体の任意区間に作用する土圧と、その区間の壁体重量によって合成される力の作用点の軌跡(示力線)を求める方程式のことをいう<sup>3)</sup>。本研究では実験模型

のパラメータで計算を行う。示力線方程式を式(1)、土圧係数を求める式を式(2)に示す。次式では、 $K_A$ は土圧係数、 $\gamma$ は地盤密度、 $\gamma_s$ はブロック密度、 $b$ は天端幅、 $\phi$ は内部摩擦角、 $\delta$ は壁面摩擦角、 $\alpha_0$ は擁壁傾斜角、 $q$ は地表面の等分布荷重、 $k_h$ は水平震度、 $y$ は天端からの擁壁高さ、 $x$ は示力線位置と天端中央位置との水平距離を示す。

図-1に示力線方程式の計算結果図を示す。本研究では、示力線(赤線)が擁壁端線(黒線)よりも後方に存在することを安定条件としている。そのため、示力線が擁壁端線よりも前方に存在していると擁壁が崩壊したと考える。

$$x = \frac{K_A \gamma}{6\gamma_s b \sqrt{1 + \cot^2 \alpha_0}} y^2 + \left( \frac{K_A q}{2\gamma_s b \sqrt{1 + \cot^2 \alpha_0}} + \frac{\cot \alpha_0}{2} + \frac{1}{2} k_h \right) y \quad (1)$$

$$K_A = \frac{\sin^2(\alpha + \phi)}{\sin \alpha \left[ \sqrt{\sin \alpha} + \sqrt{\sin \phi \sin(\phi + \alpha - 90^\circ)} \right]^2} \quad (2)$$

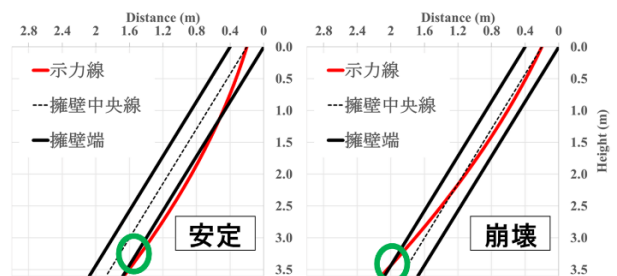


図-1 示力線方程式による崩壊の判断

### 3. MPMの概要

#### (3.1) MPMによる解析の流れ<sup>5)</sup>

MPMとは、Lagrange的手法とEuler的手法を連成した解析手法であり、PIC(Particle in cell)法と呼ばれる手法の一種である。MPMはSulsky<sup>6)</sup>により提唱され、PIC法の中でも代表的な解析手法である。MPMでは陽解法の時刻歴計算を行う。物体はLagrange的に質量をもつ微小な要素に分けられ、これらの要素は質量をもつ粒子(Material Point)の集合により表される(図-2)。物体の情報(Lagrange変数)は個別の粒子により空間に固定された要素

(Euler 要素) 上を自由に移動する。粒子により運ばれた Lagrange 変数 (位置, 質量, 応力, ひずみなどの物質情報) は一定の時間刻み毎に粒子がある要素に投影され, さらに内挿関数  $S_i(X_p)$  ( $=S_p$ ) を通して要素の節点に集約される。そして, この節点に対し運動方程式を解き次ステップの節点の速度増分を求める。この時点で, 要素は粒子とともに変形し変数も更新される。変形した要素は次ステップに備え移動した粒子を残して再び元の位置に戻る。

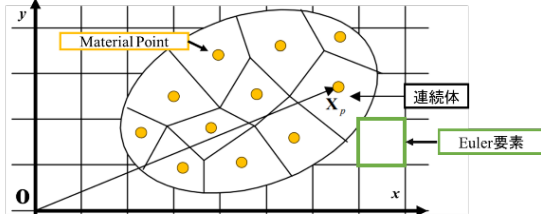


図-2 MPM の概念図

### (3.2) MPM のアルゴリズム

MPM のアルゴリズムとして式(3)～式(15)を記載する。格子点の物理量は  $g$ , 粒子の物理量は  $p$  で表している。ステップ数は  $k$  で表す。

粒子質量から次式より格子点質量を算出する。 $m_g, m_p, S_p, n_p$  は格子点質量, 粒子質量, 粒子位置における内挿関数, 格子内にある粒子数を示す。

$$m_g^k = \sum_{i=1}^{n_p} m_{p,i} S_{p,i} \quad (3)$$

粒子応力から次式より格子点内力を算出する。 $f_g^{int}, \rho_p, G_p, \sigma_p, \sigma_p^{ini}$  は格子点内力, 粒子密度, 内挿関数の導関数, 粒子応力, 粒子初期応力を示す。

$$f_g^{int} = - \sum_{i=1}^{n_p} \frac{m_{p,i}^k}{\rho_{p,i}^k} G_{p,i}^T (\sigma_{p,i}^k - \sigma_{p,i}^{ini}) \quad (4)$$

体積力係数  $g^k$  から格子点外力  $f_g^{ext}$  を次式より算出する。

$$f_g^{ext} = m_g^k \cdot g^k \quad (5)$$

式(3)～式(5)から格子点における運動方程式が自由度毎に立てられ, 格子点加速度  $a_g$  を式(6)より算出する。

$$a_g^k = \frac{1}{m_g^k} (f_g^{int,k} + f_g^{ext,k}) \quad (6)$$

粒子の座標を次式により算出する。 $x, v_g, \Delta t, n_g$  は粒子座標, 格子点速度, 時間刻み, 粒子

が所属する格子の頂点数を示す。

$$x^{k+1} = x^k + \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{n_g} v_{g,i}^k S_{p,i}^k \quad (7)$$

粒子変位  $u$  を式(8)から算出する。

$$u^{k+1} = u^k + \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{n_g} v_{g,i}^k S_{p,i}^k \quad (8)$$

式(3)～式(6)と式(7), 式(8)は独立な関係にあるので, どちらを先に計算しても結果に影響はない。

粒子体積, 密度を式(9), 式(10)から算出する。

$volume$  は体積,  $\varepsilon_p$  は体積ひずみを示す。上添え字の 0 は初期値を示す。

$$volume^{k+1} = volume^0 \cdot (1 + \varepsilon_p^k) \quad (9)$$

$$\rho^{k+1} = \frac{\rho^0}{(1 + \varepsilon_p^k)} \quad (10)$$

粒子加速度  $a_p$  を式(11)から算出する。

$$a_p^k = \sum_{i=1}^{n_g} a_{g,i}^k S_{p,i}^k \quad (11)$$

粒子速度  $v_p$  を式(12)から算出する。

$$v_p^{k+1} = v_p^k + \Delta t \cdot a_p^k \quad (12)$$

格子点速度  $v_g$  を式(13)から算出する。

$$v_g^{k+1} = \sum_{i=1}^{n_p} \frac{S_{p,i} m_{p,i}}{m_g^k} v_p^{k+1} \quad (13)$$

粒子のひずみ  $\varepsilon_p$  を式(14a), 式(14b)から算出する。

$\Delta\varepsilon_p$  は  $\Delta t$  間の粒子ひずみ増分を示す。

$$\Delta\varepsilon_p^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n_g} (G_{p,i} v_g^{k+1} + (G_{p,i} v_g^{k+1})^T) \quad (14a)$$

$$\varepsilon_p^{k+1} = \varepsilon_p^k + \Delta\varepsilon_p^{k+1} \quad (14b)$$

粒子の応力  $\sigma_p$  を式(15a), 式(15b)から算出する。 $K$  は要素剛性マトリックス,  $\Delta\sigma_p$  は  $\Delta t$  間の粒子応力増分を示す。

$$\Delta\sigma_p^{k+1} = K \cdot \Delta\varepsilon_p^{k+1} \quad (15a)$$

$$\sigma_p^{k+1} = \sigma_p^k + \Delta\sigma_p^{k+1} \quad (15b)$$

式(3)～式(15)の一連の手順が解析の 1 ステップに相当する。この間の時間刻みは  $\Delta t$  であり,  $t$  時間の計算を行う場合は  $t/\Delta t$  ステップだけ上記手順を繰り返す。

## 4. 実験方法

### (4.1) 実験模型について

本実験に使用する擁壁模型は, 実大規模の擁壁を 1/15 スケールにし, 示力線方程式の前提条件に近づ

けるために平行四辺形の断面を持つブロック模型 (1 ブロック : 各辺 20mm, 鋭角 70°, 鈍角 110°) を使用する. ブロック模型は, コンクリートと単位体積重量の値に近いアルミニウムを用いて作成した. 実験模型の作成方法は, 土槽 (幅 1,200mm, 奥行き 150mm, 高さ 450mm) に盛土地盤を作成し, 盛土斜面にブロックを擁壁角度が 70°になるように 8 段積み上げて作成した. 本実験の地盤材料は三河珪砂 6 号を使用し, 相対密度を均一にするため, 空中落下法を用いて地盤作成を行った. 相対密度は 60%に設定した. 傾斜時の地盤の挙動を確認するため, 約 1.5cm の高さごとに, 厚さ約 3mm の色砂層を設けた. 図-3 は本実験に用いるブロック積み擁壁の模型図である. 擁壁の崩壊を判断するために土圧計を擁壁上段から 2 段目と 7 段目に設置した. 振動台実験では入力加速度および地盤上の加速度, 傾斜実験では傾斜角度を計測するために, 加速度計を設置した.

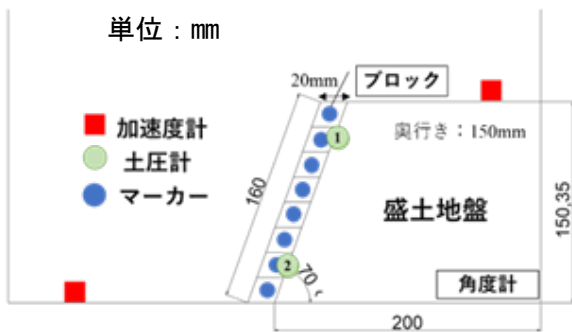


図-3 ブロック積み擁壁の模型図

#### (4.2) 傾斜実験 (静的実験)

本実験では静的実験で地震力を再現し, 擁壁の保有耐力を確認することを目的とする. 門型クレーンを用いて土槽全体を吊り上げて傾斜させ, 水平震度  $k_h$  を模型全体に作用させることで地震力を再現した. 土圧計の計測値から擁壁の崩壊を判断した. 水平震度  $k_h$  と傾斜角度  $\beta$  の関係式を式(16)に示す<sup>7)</sup>. 次式では,  $\beta$  は模型の傾斜角度,  $k_h$  は水平震度を示す.

$$\beta = \tan^{-1}(k_h) \quad (16)$$

#### (4.3) 振動台実験 (動的実験)

本実験では, 水平方向に加振可能な空圧式振動台装置を用いてブロック積み擁壁の実験模型を正弦波で加振し, その際の変形挙動および保有耐力を確認する. 地震動は震度 6 強程度の最大加速度 600gal とするような, 周波数 10Hz, 加振時間 8 秒の地震動

を振動台に入力した. 徐々に加速度が大きくなる地震動を入力し, 土圧計の計測値から崩壊時に基盤で計測される加速度を判断した. 図-4 に入力地震動を示す. 各実験の外景を写真 2(a)および(b)に示す.

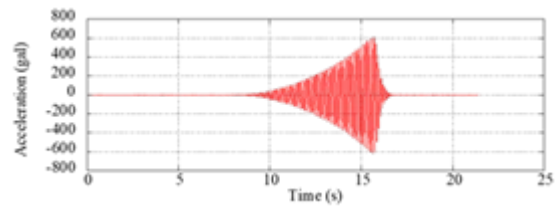
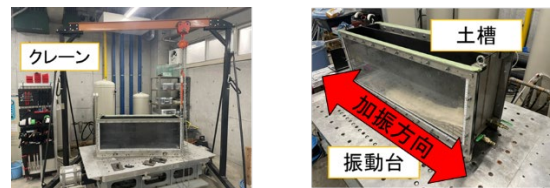


図-4 入力加速度



(a)傾斜実験

(b)振動台実験

写真-2 各実験の外景

### 5. 解析手法

本解析では, MPM により模型傾斜実験の再現解析を行った. 解析モデルを図-5 に示す. 傾斜実験と同様のスケール, 物性値で解析を行った. 解析に用いた物性値を表-1 に示す. 解析空間は縦 200mm, 横 420mm である. ブロック間およびブロックと地盤の間には, 剥離要素としてブロックと地盤とは異なる材料を設置している. 剥離要素は短辺 0.1mm, 長辺 20mm の平行四辺形をブロック間および地盤間に設置した. 解析に用いた変位の境界条件として底面は, 水平方向(x), 鉛直方向(y)を固定, 側面は水平方向(x)を固定, 上面は鉛直方向(y)を固定とした. 粒子総数は 3,173 個で, 解析時間間隔は 0.001(sec)である.

解析は, 初期応力解析を静的解析により実施し, その後, 初期応力を引き継いで, 再現解析を動的解析として実施する. この時, 静的解析から動的解析へは応力のみを引き継ぎ, 変形は引き継がない.

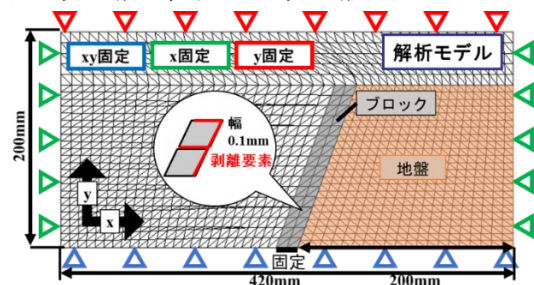


図-5 解析モデル

表-1 解析に用いたパラメータ

	材料モデル	密度 (g/cm <sup>3</sup> )	ヤング係数 (MPa)	内部摩擦角 (°)	ポアソン比
地盤	Mohr-coulomb	1.6	10	32	0.3
剥離要素	Mohr-coulomb	1.6	10	35	0.3
ブロック	Elastic	2.7	70000		0.33

## 6. 結果・考察

傾斜実験, 振動台実験, MPM を用いた再現解析の結果および示力線方程式と実験・解析を比較した結果を示す。

### (6.1) 傾斜実験結果

図-6 に傾斜角度と図-3 中の②の位置の土圧計の計測値の関係図および図-7 に傾斜前と傾斜後の比較図を示す。図-5 の結果から傾斜角度 $\beta$ が約14.5°で実験時の土圧が測定不可になったため, 擁壁が崩壊したと判断した。そのため, 式(16)から水平震度  $k_h$  が 0.26 であることが分かり,  $k_h$  が 0.26 の時に擁壁が崩壊したと考えられる。最大土圧は 0.2kN/m<sup>2</sup> と計測された。図-7 の比較図ではブロックが一体化して崩壊していることが分かる。

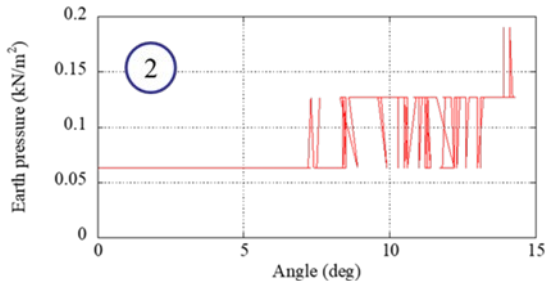


図-6 傾斜角度と土圧の関係

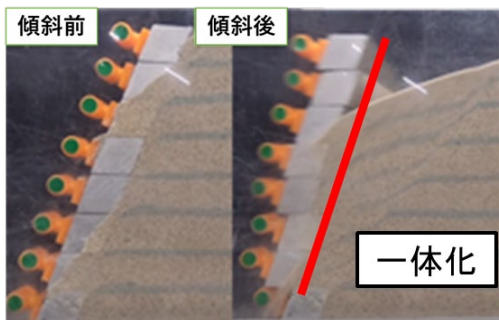


図-7 傾斜前と傾斜後の比較

### (6.2) 振動台実験結果

図-8 に地盤上加速度の結果, 図-9 に加速度計と土圧計の計測値, 図-10 に加振前と加振後の図を示す。図-8 の結果から図-4 の入力地震動の加速度と地盤

上の加速度が概ね同じ値であるため, 擁壁の上下で同じ加速度で加振されていることが分かる。図-8 と図-9 の結果から地盤上加速度が約 350gal の時点で土圧が小さくなっていることが分かる。そのため, 350gal で擁壁が崩壊していると考えられる。設計水平震度  $k_h$  は 0.1 で 100gal と言われているため, 擁壁は  $k_h$  が 0.35 で崩壊したと考えられる。そして土圧が約 0.3kN/m<sup>2</sup> のときに崩壊していることが分かった。図-10 から崩壊時にはくの字型に崩壊していることが分かる。

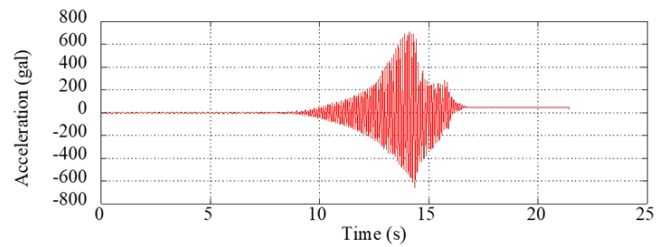


図-8 地盤上加速度

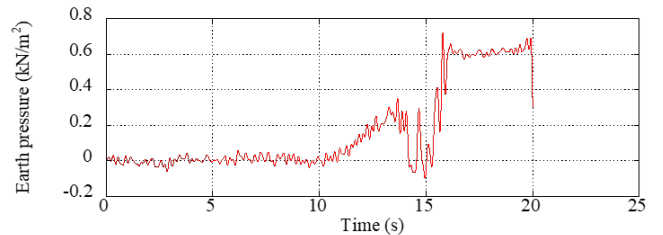


図-9 土圧計計測結果

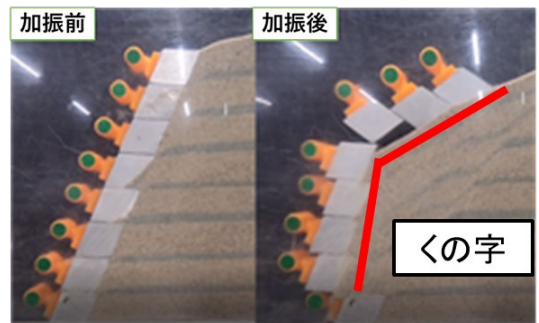


図-10 加振前と加振後の比較

### (6.3) 再現解析結果

本研究では, 図-5 の解析モデルを 3°づつ傾斜させていき, 擁壁の挙動を確認する。図-11 に角度ごとの粒子の変位量の解析結果を示す。図-11 の結果から 12°, 15°付近で変位が他の角度と比べて大きく出ていることがわかる。そのため, 12°, 15°付近で崩壊がおきていると考えられる。本解析では, 擁壁の崩壊まで確認することができなかったため, 今後は崩壊の定義などが必要だと考える。

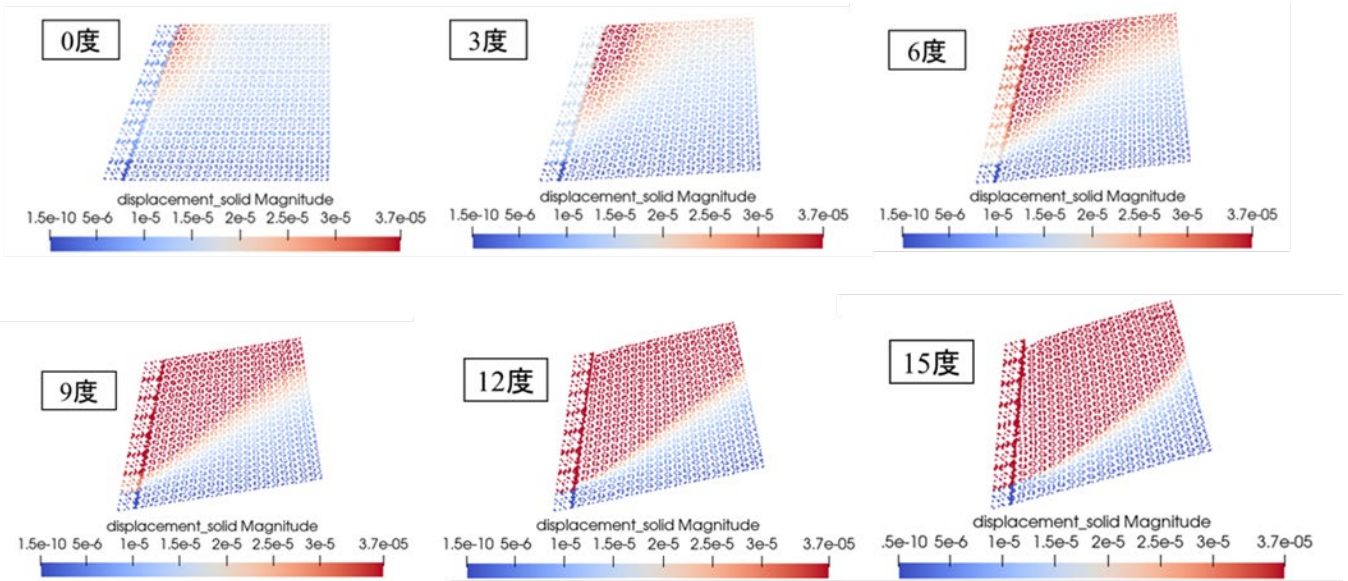


図-11 各傾斜角度の解析結果

(6.4) 示力線方程式との比較

表-2 に計算に使用したパラメータ，図-12 から図-14 に傾斜実験，振動台実験および解析の示力線方程式計算結果を示す．図-12 の結果から傾斜実験では，擁壁下端で示力線が擁壁端線と交差するため設

計と実験が一致した．図-13 の結果から振動台実験では示力線方程式と結果が一致しなかった．崩壊の定義を変更すべきだと考察する．図-14 の結果は再現解析で崩壊まで再現できなかつたため，傾斜角度12°の時の水平震度を用いて計算を行った．

表-2 使用したパラメータ

$\phi$ (内部摩擦角)	32°	$b$ (天端幅)	0.020m	$\gamma$ (地盤密度)	16kN/m <sup>3</sup>
$\delta$ (壁面摩擦角)	5.3°	$\alpha$ (擁壁傾斜角)	70°	$\gamma_s$ (ブロック密度)	27.0kN/m <sup>3</sup>
$\beta$ (地表面傾斜角度)	0°	$K_A$ (土圧係数)	0.187		
$q$ (等分布荷重)	0kN/m <sup>2</sup>	$k_h$ (設計水平震度)	0.26 or 0.35 or 0.21		

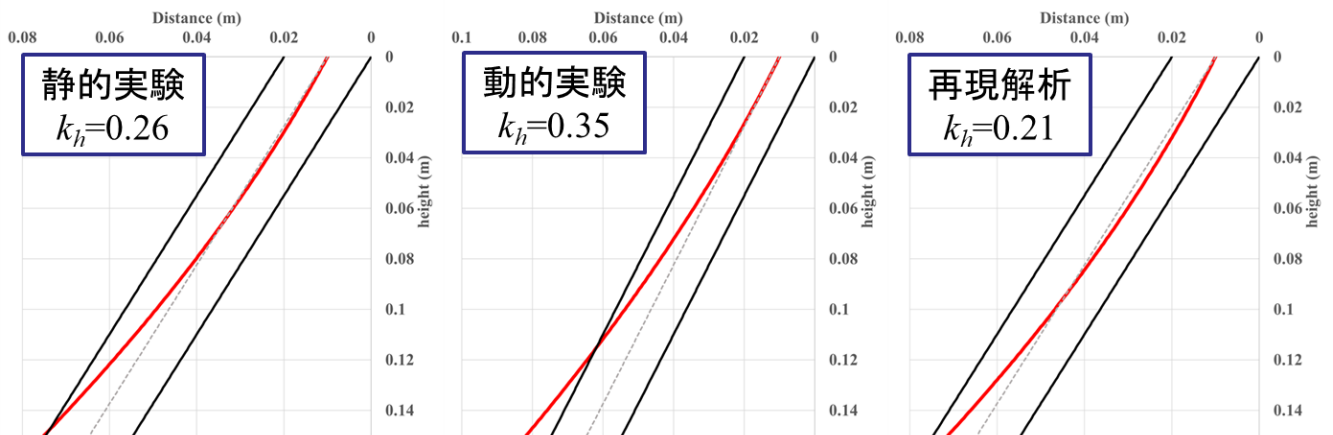


図-12 示力線方程式と実験と解析

## 7. まとめ・今後の展望

### (7.1) まとめ

- ・静的実験では設計水平震度 0.26, 動的实验では設計水平震度 0.35 で擁壁が崩壊することが分かった.
- ・静的実験は示力線方程式と結果が一致したが, 動的实验では一致しなかった. 動的实验時の崩壊の基準を土圧で行ったため, 新たな崩壊の定義を考える必要がある.
- ・静的実験の再現解析では擁壁崩壊まで再現できなかったため, 再現をできるようにするか崩壊の定義を決める必要がある.
- ・再現解析で相対変位量から崩壊を判断した結果, 12°で崩壊としたが, 示力線方程式とは一致しなかった.

### (7.2) 今後の展望

今後の展望として, 動的实验および静的実験の再現解析の擁壁崩壊の定義を決めることが必要である. 各実験の結果から設計水平震度が同値の時に土圧が一致していることが分かった. 表-3 に各実験の土圧と設計水平震度の関係を示す. そのため, 崩壊の定義を決めることが出来れば一致する可能性が高いと考える. そして静的実験, 動的实验, 再現解析, 示力線方程式を一致させ, 様々な解析を行い, 示力線方程式に改良を加える. 解析を用いて剥離要素などで擁壁の老朽化などを再現することが出来れば示力線方程式を新しい設計法にすることができると考える.

表-3 各実験の土圧と設計水平震度の関係

$k_h=0.26$	傾斜実験	振動台実験
土圧(kN/m <sup>2</sup> )	0.2	0.2

### 〈参考文献〉

- 1) 五味晃大, 山田雅一, 塩入志緒里, 関根さやか  
2016年熊本地震による益城町における擁壁被害調査, 平成28年度日本大学理工学部学術講演会予稿集, B-70, pp174-175, 2016.
- 2)被災宅地危険度判定連絡協議会  
<http://www.hisaitakuti.jp/case.html>.(参照 2022-01-20)
- 3) 高倉正人: わかりやすいもたれ式・ブロック積み擁壁の設計と解説, 現代理工学出版, P70-82, 1995.
- 4) 佐野和弥, 末政直晃, 小浪岳治, 谷山慎吾: 空石積擁壁の地震時挙動に関する検討-示力線方程式との比較

-, 48回土木学会関東支部技術研究発表会, No. III-34, 2022.

5) 桐山貴俊:MPMの盛土斜面大変形解析への適用  
土木学会 第32回地震工学研究発表会講演論文集  
P46-53, 2012.

6) D.Sulsky, Z.Chen, H.L.Schreyer: A p article method for history-dependent materials, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 118(1994) 179-196