解　答　例

◎後期入試（2021年3月9日実施）

数　　　学

数学②＝工学部（120分で２教科選択・100点）

1　直線 $2x-y=3$ の傾きは 2

これと垂直な直線の傾きは $-\dfrac{1}{2}$ で，このうち点 $(1,2)$ を通るものは

$$y=-\frac{1}{2}(x-1)+2$$

$$\therefore\ x+\boxed{2}\,y=\boxed{5}\ \cdots(ｱ),(ｲ)$$

2　$$\int_0^{\pi}\sin x\cos 2x\,dx=\int_0^{\pi}\frac{1}{2}(\sin 3x-\sin x)dx=\frac{1}{2}\left[-\frac{1}{3}\cos 3x+\cos x\right]_0^{\pi}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-1+\frac{1}{3}-1\right)=-\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}\qquad\cdots(ｳ),(ｴ)$$

（別解）

$t=\cos x$ とおくと $dt=-\sin x\,dx$

与式 $=\displaystyle\int_0^{\pi}\sin x(2\cos^2 x-1)dx=\int_1^{-1}(1-2t^2)dt=2\left[t-\frac{2}{3}t^3\right]_0^{-1}=-\frac{2}{3}$

3　$y=\cos 3x+2\cos x=4\cos^3 x-\cos x \quad \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$

$t=\cos x,\ y=f(t)$ とおくと

$$f(t)=4t^3-t\,,\quad f'(t)=12t^2-1=12\left(t+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)\left(t-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$$

$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ であるから　$0 \leqq t \leqq 1$

t	0		$\frac{\sqrt{3}}{6}$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		↘		↗	

$f(0)=0 \quad f(1)=3 \qquad f\left(\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{6}\left(4\times\dfrac{1}{12}-1\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{9}$

これより

最大値は $\boxed{3}$,　最小値は $-\dfrac{\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{9}}$ である。

…(ｵ),(ｶ),(ｷ)

4　3本ともはずれくじを引く確率は

$$\frac{{}_{15}\mathrm{C}_3}{{}_{20}\mathrm{C}_3}=\frac{15\cdot14\cdot13}{20\cdot19\cdot18}=\frac{91}{228}$$

少なくとも1本当たることの余事象は3本ともはずれることであるから

$$1-\frac{91}{228}=\frac{\boxed{1}\boxed{3}\boxed{7}}{\boxed{2}\boxed{2}\boxed{8}}$$ …(ｸ),(ｹ),(ｺ),(ｻ) ,(ｼ),(ｽ)

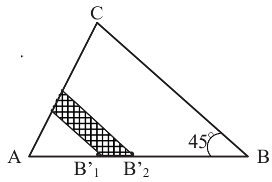
5 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = s\overrightarrow{\mathrm{AB}} + t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$, $\quad s \geqq 0,\ t \geqq 0,\ \dfrac{1}{3} \leqq s+t \leqq \dfrac{1}{2}$

$s+t = k\left(\dfrac{1}{3} \leqq k \leqq \dfrac{1}{2}\right)$ とおくと

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \frac{s}{k}(k\overrightarrow{\mathrm{AB}}) + \frac{t}{k}(k\overrightarrow{\mathrm{AC}}),\quad \frac{s}{k} + \frac{t}{k} = 1,\quad \frac{s}{k} \geqq 0,\ \frac{t}{k} \geqq 0$$

ここで，$\overrightarrow{\mathrm{AB'}} = k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC'}} = k\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を満たす点 B′，点 C′ をとる。k の各値において s と t を変化させると，点 P は線分 B′C′ を描く。

線分 B′C′ //辺 BC であるから，k を $\dfrac{1}{3} \leqq k \leqq \dfrac{1}{2}$ の範囲で変化させたときの点 P の存在領域は図の斜線部である。



境界を含む。

ただし，$\overrightarrow{\mathrm{AB}'_1} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}'_2} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

一方，余弦定理より

$$(4\sqrt{3})^2 = (6\sqrt{2})^2 + \mathrm{BC}^2 - 2\cdot 6\sqrt{2}\cdot \mathrm{BC}\cdot \sin 45^\circ$$

$$\mathrm{BC}^2 - 12\mathrm{BC} + 24 = 0$$

$\mathrm{BC} < 6$ より $\mathrm{BC} = 6 - 2\sqrt{3}$

三角形 ABC の面積を S とすると，求める面積は

$$\frac{1}{4}S - \frac{1}{9}S = \frac{5}{36}S = \frac{5}{36}\cdot\frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{2}\cdot(6-2\sqrt{3})\cdot\sin 45^\circ$$

$$= \frac{\boxed{5}\left(\boxed{3} - \sqrt{\boxed{3}}\right)}{\boxed{6}}$$

$\cdots$(ｾ),(ｿ) (ﾀ),(ﾁ)

6 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+3}\right)$

$$=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right)\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+3}\right)$$

$\therefore$ 与式 $=\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+3}\right)=\frac{\boxed{1}}{\boxed{6}}$ …(ツ),(テ)

7 $a_1=z,\ a_{n+1}=\dfrac{w}{\overline{a_n}}\quad(n\geqq 1)$

$a_{n+2}=\dfrac{w}{\overline{a_{n+1}}}=\dfrac{w}{\overline{\left(\dfrac{w}{\overline{a_n}}\right)}}=\dfrac{wa_n}{\overline{w}}=\dfrac{w^2}{w\overline{w}}a_n=\left(\dfrac{w}{|w|}\right)^{\boxed{2}}a_n$ …(ト)

$|a_{n+2}|=\left|\left(\dfrac{w}{|w|}\right)^2\right||a_n|=|a_n|$ より

$|a_8|=|a_6|=|a_4|=|a_2|$

$|a_1|=|a_8|$ のとき

$|a_1|=|a_2|$

ここで, $a_1=z,\ a_2=\dfrac{w}{\overline{a_1}}=\dfrac{w}{\overline{z}}$ であるから,

$|z|=\left|\dfrac{w}{\overline{z}}\right|$

$\therefore |w|=|z|^{\boxed{2}}$ … (ナ)

$z=2,\ w=1+\sqrt{3}i$ のとき

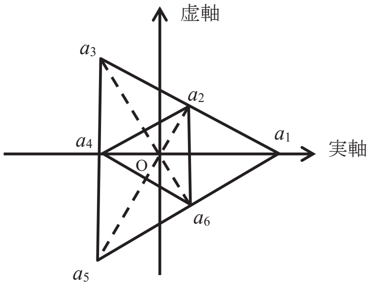
$$\frac{a_{n+2}}{a_n}=\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2=(\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ)^2=\cos 120^\circ+i\sin 120^\circ$$

点 a_n を点 O のまわりに 120° 回転すると点 a_{n+2} になるので，n が奇数である点，n が偶数である点はそれぞれ一つの正三角形の頂点となっている。

また，$a_1=2,\ a_2=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}=\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ$ であるから

点 a_2 は 2 点 $a_1,\ a_3$ を両端とする辺の中点である。よって，すべての点 a_n はある一つの正 $\boxed{3}$ 角形の頂点または辺上にある。

… (ニ)



数学①＝経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部
（120分で２教科選択・100点）

1　2 乗して整理すると，

$$\{4(2x-1)\}^2=(5x+2)^2 \iff (8x-4)^2-(5x+2)^2=0$$
$$\iff (13x-2)(3x-6)=0$$

したがって，

$$x=\frac{\boxed{2}}{\boxed{1}\boxed{3}} \quad \text{または} \quad x=\boxed{2}$$ … (ア)，(イ)，(ウ)，(エ)

2　因数分解を実行すると，

$$(a+b+\boxed{2})(a-3b+\boxed{4})=\boxed{7}$$ … (オ)，(カ)，(キ)

$a+b+2$ は 4 以上の自然数，7 は素数であるから，

$$a+b+2=7,\quad a-3b+4=1$$

よって，

$$a=\boxed{3},\quad b=\boxed{2}$$ … (ク)，(ケ)

3　方程式は

$$\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=\{f(x)+g(x)\}^2 \quad \text{より} \quad f(x)g(x)=0$$

$f(x) \neq 0$ のとき，$g(x)=0$ であり

$$x^2+x-2=0 \iff (x-1)(x+2)=0$$

$f(x)=0$ のとき，

$$x^2+x-1=0$$

したがって，解は

$$x=\boxed{1},\ \ x=\boxed{-}\boxed{2},\ \ x=\frac{\boxed{-}\boxed{1}\pm\sqrt{\boxed{5}}}{\boxed{2}}$$

… (コ)，(サ)，(シ)，(ス)，(セ)，(ソ)，(タ)

4　$\tan B$，$\tan C$ は正であるから，B，C は鋭角である．そこで，点 A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とし，$\mathrm{AH}=4k$ とおくと，

$$\mathrm{BH}=\frac{\mathrm{AH}}{\tan B}=2k,\ \ \mathrm{CH}=\frac{\mathrm{AH}}{\tan C}=k,\ \ \mathrm{BC}=3k$$

三平方の定理より

$$\mathrm{AB}=\sqrt{16k^2+4k^2}=2\sqrt{5}k,\ \ \mathrm{AC}=\sqrt{16k^2+k^2}=\sqrt{17}k$$

余弦定理より

$$\cos A=\frac{20k^2+17k^2-9k^2}{2\cdot 2\sqrt{5}k\cdot\sqrt{17}k}=\frac{\boxed{7}}{\sqrt{\boxed{8}\boxed{5}}}$$

… (チ)，(ツ)，(テ)

5　条件より $\mathrm{AD}=\mathrm{BD}=\mathrm{BC}$ であるから，$\mathrm{AD}=x$ とおくと

$$\frac{x}{2}=\frac{2-x}{x} \quad \text{より} \quad x^2+2x-4=0$$

$x>0$ であるから，

$$\mathrm{AD}=\sqrt{\boxed{5}}-\boxed{1}$$

… (ト)，(ナ)

AB の中点 M について $\mathrm{AM}\perp\mathrm{DM}$ となり，

$$\cos 36^\circ=\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AD}}=\frac{1}{\sqrt{5}-1}=\frac{\boxed{1}+\sqrt{\boxed{5}}}{\boxed{4}}$$

… (ニ)，(ヌ)，(ネ)

6　3 つの箱に区別がつかないとき，入れ方は

(0, 0, 6)，(0, 1, 5)，(0, 2, 4)，(0, 3, 3)，

(1, 1, 4)，(1, 2, 3)，(2, 2, 2)

のようになる．少なくとも 1 個のボールを入れるのは 2 行目の場合で，

$$3+6+1=\boxed{1}\boxed{0}\ \text{(通り)}$$

… (ノ)，(ハ)

空の箱があってもよいのは

$$3+6+6+3+10=\boxed{2}\boxed{8}\ \text{(通り)}$$

… (ヒ)，(フ)

7　A，B がともに当たる確率は

$$\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{1}\boxed{5}}$$

… (ヘ)，(ホ)，(マ)

A，B の少なくとも 1 人は当たる確率は

$$1-\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}=1-\frac{7}{15}=\frac{\boxed{8}}{\boxed{1}\boxed{5}}$$

… (ミ)，(ム)，(メ)

8　直線 AI は $\angle$BAC の 2 等分線であるから，

$$BD : DC = AB : AC = \boxed{\mathbf{7}} : \boxed{\mathbf{5}}$$ …(モ)，(ヤ)

BI は $\angle$ABD の 2 等分線であるから，

$$AI : ID = BA : BD = 7 : 8 \cdot \frac{7}{12} = \boxed{\mathbf{3}} : \boxed{\mathbf{2}}$$ …(ユ)，(ヨ)

したがって，

$$\triangle AIC = \frac{3}{5}\triangle ACD = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{12}\triangle ABC$$

より

$$\frac{\triangle AIC}{\triangle ABC} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{12} = \frac{\boxed{\mathbf{1}}}{\boxed{\mathbf{4}}}$$ …(ラ)，(リ)

9　正八面体の 1 辺の長さは $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ であるから，表面積は

$$8 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\boxed{\mathbf{3}}}$$ …(ル)

体積は

$$\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{\boxed{\mathbf{1}}}{\boxed{\mathbf{6}}}$$ …(レ)，(ロ)

英　　語

工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部

（120分で２教科選択・100点）

〔1〕	1	イ	2	ア	3	エ	4	イ	5	ウ
	6	エ	7	ア	8	イ	9	ウ	10	エ
〔2〕	11	エ	12	ア	13	イ	14	ア	15	ウ
	16	ウ	17	エ	18	ウ	19	イ	20	ア
〔3〕	21	カ	22	エ	23	ア	24	オ	25	キ
	26	キ	27	カ	28	オ	29	ウ	30	イ
〔4〕	31	ウ	32	エ	33	ウ	34	ア	35	イ
〔5〕	36	エ	37	ウ	38	ア	39	オ	40	イ

国　　語

工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部

（120分で２教科選択・100点）

（一）	$\boxed{1}$ エ	$\boxed{2}$ イ	$\boxed{3}$ オ	$\boxed{4}$ イ	$\boxed{5}$ ウ
	$\boxed{6}$ ア	$\boxed{7}$ ウ	$\boxed{8}$ オ	$\boxed{9}$ エ	$\boxed{10}$ エ
	$\boxed{11}$ オ	$\boxed{12}$ ア	$\boxed{13}$ カ	$\boxed{14}$ オ	$\boxed{15}$ ア
（二）	$\boxed{16}$ エ	$\boxed{17}$ イ	$\boxed{18}$ ウ	$\boxed{19}$ ア	$\boxed{20}$ エ
	$\boxed{21}$ キ	$\boxed{22}$ カ	$\boxed{23}$ オ	$\boxed{24}$ ウ	$\boxed{25}$ ア
	$\boxed{26}$ エ	$\boxed{27}$ ア	$\boxed{28}$ イ	$\boxed{29}$ ウ	$\boxed{30}$ エ
	$\boxed{31}$ オ				
（三）	$\boxed{32}$ ウ	$\boxed{33}$ イ	$\boxed{34}$ ア	$\boxed{35}$ オ	$\boxed{36}$ エ
	$\boxed{37}$ ウ				