解　答　例

◎後期試験（2020年3月9日実施）

数　　学

数学②＝工学部（120分で２教科選択・100点）

1　$x=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ のとき，$2x+1=\sqrt{3}$

$(2x+1)^2=3$ より　$2x^2+2x-1=0$　…①

$$2x^3+4x^2+5x+3=(2x^2+2x-1)(x+1)+4x+4$$

$$=4\times\frac{\sqrt{3}-1}{2}+4 \qquad (\because ①)$$

$$=\boxed{2}+\boxed{2}\sqrt{\boxed{3}}$$　…(ｱ),(ｲ),(ｳ)

2　点Pは辺ABを3：1に内分するから　$\mathrm{AP}=\dfrac{3}{4}\mathrm{AB}$　…①

点Qは辺ACを2：1に内分するから　$\mathrm{AQ}=\dfrac{2}{3}\mathrm{AC}$

方べきの定理より　$\mathrm{AP}\cdot\mathrm{AB}=\mathrm{AQ}\cdot\mathrm{AC}$　であるから

$$\frac{3}{4}\mathrm{AB}^2=\frac{2}{3}\mathrm{AC}^2 \quad \leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{AB}^2}{\mathrm{AC}^2}=\frac{8}{9}$$

$$\therefore \mathrm{AB}^2:\mathrm{AC}^2=\boxed{8}:\boxed{9}$$　…②　…(ｴ),(ｵ)

辺BCが四角形BCQPの外接円の直径であるとき

$\angle\mathrm{APC}=180^\circ-\angle\mathrm{BPC}=90^\circ$

$\therefore \mathrm{AP}=\mathrm{AC}\cos\angle\mathrm{BAC}$

これと①②より

$$\cos\angle\mathrm{BAC}=\frac{3}{4}\cdot\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}=\frac{3}{4}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$0^\circ<\angle\mathrm{BAC}<90^\circ$ であるから

$\angle\mathrm{BAC}=\boxed{4}\boxed{5}^\circ$　…(ｶ),(ｷ)

3　$y=\sin x-\sin 3x=\sin x-\left(-4\sin^3 x+3\sin x\right)=4\sin^3 x-2\sin x$

ここで，$t=\sin x$とおくと

$y=4t^3-2t$，$y'=12t^2-2$

また，$0≦x≦\dfrac{\pi}{2}$より　$0≦t≦1$

$y'=0$とすると　$t=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$　であるから　増減表は次の通り

t	0		$\dfrac{1}{\sqrt{6}}$		1
y'	$\times$	−	0	＋	$\times$
y		↘		↗	

$t=0$のとき　$y=0$，$t=1$のとき　$y=2$

$t=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$のとき　$y=2t\left(2t^2-1\right)=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\cdot\dfrac{-2}{3}=\dfrac{-2\sqrt{6}}{9}$

よって

最大値　$\boxed{2}$　…(ｸ)，　　最小値　$\dfrac{\boxed{-}\boxed{2}\sqrt{\boxed{6}}}{\boxed{9}}$　…(ｹ),(ｺ),(ｻ) ,(ｼ)

4　$\left|\dfrac{2}{x}-x\right|<\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{4}x$　…①

左辺は0以上であるから　$\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{4}x>0$　であることが必要条件である。

$$\frac{3x^2+8}{4x}>0 \quad \cdots②$$

xは実数であるから　$3x^2+8>0$が成立するので

② ⇔ $x>\boxed{0}$　…(ｽ)

この条件のもとであれば

① ⇔ $\left|\dfrac{2}{x}-x\right|^2<\left(\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{4}x\right)^2$

$$\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{4}x\right)^2-\left(\frac{2}{x}-x\right)^2>0$$

$$\left(\frac{4}{x}-\frac{x}{4}\right)\cdot\frac{7}{4}x=\frac{7}{4}\left(4-\frac{x^2}{4}\right)=-\frac{7}{16}(x+4)(x-4)>0$$

$$\therefore -4<x<4$$

これと　$x>0$　より

$\boxed{0}<x<\boxed{4}$　…(ｾ),(ｿ)

5　A について

1 が出る確率 $\dfrac{1}{12}$，6 が出る確率 $\dfrac{1}{4}$，それ以外の目が出る確率 $\dfrac{1}{6}$

B について

各目の出る確率 $\dfrac{1}{6}$

A が出した目の数を a，B が出した目の数を b とする。

$a>b$ となる場合は

$a=2$ のとき，$b=1$

$a=3$ のとき，$b=1,2$

$a=4$ のとき，$b=1,2,3$

$a=5$ のとき，$b=1,2,3,4$

$a=6$ のとき，$b=1,2,3,4,5$

よって，$a>b$ となる確率は

$$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{6}+\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{6}=\frac{\boxed{3}\boxed{5}}{\boxed{7}\boxed{2}}$$ …(ﾀ),(ﾁ),(ﾂ),(ﾃ)

6　$A(-1,0)$，$B(2,1)$，$C(1,3)$

四角形 ABCD が平行四辺形であるための条件は

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

D の座標を (x,y) とすると

$(x+1,y)=(-1,2)$

$\therefore (x,y)=(\boxed{-}\boxed{2},\boxed{2})$ …(ﾄ),(ﾅ),(ﾆ)

$\overrightarrow{BA}=(-3,-1)$，$\overrightarrow{BC}=(-1,2)$　であるから平行四辺形の面積は

$|-3\cdot 2-(-1)(-1)|=\boxed{7}$ …(ﾇ)

7　$a_{n+1}=2a_n\sqrt{1-a_n^2}$

$a_n=|\sin\theta|$ のとき　→㊟参照

$$a_{n+1}=2|\sin\theta|\sqrt{1-\sin^2\theta}=2|\sin\theta||\cos\theta|=|\sin\boxed{2}\theta| \qquad \cdots(ネ)$$

したがって，$a_1=\sin\dfrac{\pi}{512}$ のとき

$$a_m=\left|\sin\left(\frac{\pi}{512}\cdot 2^{m-1}\right)\right|=\left|\sin\left(2^{m-10}\pi\right)\right|$$

一般に　$\sin\varphi=\pm 1$　となるのは　$\varphi=\dfrac{\pi}{2}+k\pi=\dfrac{2k+1}{2}\pi$　（k：整数）のときであるから，$a_m=1$ となるのは

$$2^{m-10}=\frac{1}{2}$$

のときのみである。よって，

$$m=\boxed{9} \qquad \cdots(ノ)$$

㊟問題の流れから，θ は定数ではなく n の関数としました。

$a_n=|\sin\theta_n|$ のとき $a_{n+1}=|\sin 2\theta_n|$ となり，$\theta_{n+1}=2\theta_n$ である。

8　$x=\left(t^2+4\right)^{\frac{3}{2}}$　より　$\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{3}{2}\left(t^2+4\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 2t=3t\left(t^2+4\right)^{\frac{1}{2}}$

$y=\dfrac{12}{5}t^{\frac{5}{2}}$　より　$\dfrac{dy}{dt}=6t^{\frac{3}{2}}$

$$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{9t^2\left(t^2+4\right)+36t^3}=\sqrt{9t^2\left(t+2\right)^2}$$

$$\therefore\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\left|3t\left(t+2\right)\right|=\left|\boxed{3}t^2+\boxed{6}t\right| \qquad \cdots(ハ),(ヒ)$$

$t=0$ から $t=3$ までの間に点Pが動く道のりは

$$\int_0^3\left|3t^2+6t\right|dt=\int_0^3\left(3t^2+6t\right)dt=\left[t^3+3t^2\right]_0^3=\boxed{5}\boxed{4} \qquad \cdots(フ),(ヘ)$$

数学①＝経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部
（120分で２教科選択・100点）

1. 整理して

$$x=\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{2-1}=3+2\sqrt{2},\quad y=\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1}=3-2\sqrt{2}$$

であるから，

$$x+y=6,\quad x-y=4\sqrt{2},\quad xy=1$$

よって

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=36-2=\boxed{3}\boxed{4}\quad\cdots(ア),\ (イ)$$

$$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=6\cdot4\sqrt{2}=\boxed{2}\boxed{4}\sqrt{\boxed{2}}\quad\cdots(ウ),\ (エ),\ (オ)$$

2. $f(x)=(x+1)(x-3)$ であるから $f(x)=0$ となる x の値は

$$x=-1,\ 3$$

$f(t^2-4t+3)=0$ となる t の値は

$$t^2-4t+3=-1 \iff (t-2)^2=0 \text{ より } t=2$$

$$t^2-4t+3=3 \iff t(t-4)=0 \text{ より } t=0,\ 4$$

したがって，求める t の値は順に

$$\boxed{0},\ \boxed{2},\ \boxed{4}\quad\cdots(カ),\ (キ),\ (ク)$$

3. A，B に関して

$$P(A)=\frac{33}{100},\quad P(B)=\frac{20}{100},\quad P(A\cap B)=\frac{6}{100}$$

であるから，

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\boxed{2}}{\boxed{1}\boxed{1}}\quad\cdots(ケ),\ (コ),\ (サ)$$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\boxed{3}}{\boxed{1}\boxed{0}}\quad\cdots(シ),\ (ス),\ (セ)$$

4. 余弦定理より

$$\cos A=\frac{7^2+6^2-5^2}{2\cdot7\cdot6}=\frac{60}{2\cdot7\cdot6}=\frac{5}{7}$$

となるから，$\sin A$ の値は

$$\sin A=\frac{\sqrt{12\cdot2}}{7}=\frac{\boxed{2}\sqrt{\boxed{6}}}{\boxed{7}}\quad\cdots(ソ),\ (タ),\ (チ)$$

三角形 ABC の面積は

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot7\cdot6\cdot\frac{2\sqrt{6}}{7}=\boxed{6}\sqrt{\boxed{6}}\quad\cdots(ツ),\ (テ)$$

内接円の半径を r とすると

$$\frac{r}{2}(7+5+6)=6\sqrt{6}$$

より

$$r=\frac{6\sqrt{6}}{9}=\frac{\boxed{2}\sqrt{\boxed{6}}}{\boxed{3}}\quad\cdots(ト),\ (ナ),\ (ニ)$$

5. 三角形 ABC において $\mathrm{AB} = 3\cos\theta$, $\mathrm{BC} = 3\sin\theta$ であるから,

$$\mathrm{BD} = \mathrm{AB} - \mathrm{AD} = 3\cos\theta - \sqrt{2},\quad \mathrm{BE} = \mathrm{BC} + \mathrm{CE} = 3\sin\theta + \sqrt{2}$$

三角形 BDE で三平方の定理を用いて

$$(3\cos\theta - \sqrt{2})^2 + (3\sin\theta + \sqrt{2})^2 = 10 \text{ より } 6\sqrt{2}(\cos\theta - \sin\theta) = 3$$

整理して

$$\cos\theta - \sin\theta = \frac{3}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{\boxed{2}}}{4} \quad \cdots (\text{ヌ})$$

$\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$, $\sin\theta = \dfrac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$ より

$$\frac{1-\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

2 乗して整理すると

$$8(1-\tan\theta)^2 = 1 + \tan^2\theta \iff 7\tan^2\theta - 16\tan\theta + 7 = 0$$

$\cos\theta > \sin\theta$ であるから $\tan\theta < 1$ であり,

$$\tan\theta = \frac{\boxed{8} - \sqrt{\boxed{1}\boxed{5}}}{7} \quad \cdots (\text{ネ}), (\text{ノ}), (\text{ハ})$$

6. $A \cup B$ は $\overline{A} \cap \overline{B}$ の補集合であるから,

$$A \cup B = \{2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 9\}$$

$A \cap B$, $\overline{A} \cap B$ の条件より

$$B = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B)$$

したがって, B の要素を小さい順に並べると,

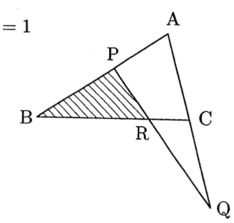
$\boxed{3}$, $\boxed{6}$, $\boxed{9}$ $\cdots$ (ヒ), (フ), (ヘ)

このとき, $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ であるから, $A \cap \overline{B}$ の要素は

$\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{8}$ $\cdots$ (ホ), (マ), (ミ)

7. 三角形 ABC と直線 PQ でメネラウスの定理を用いると

$$\frac{\mathrm{BR}}{\mathrm{RC}} \cdot \frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}} \cdot \frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PB}} = 1 \quad \text{i.e.} \quad \frac{\mathrm{BR}}{\mathrm{RC}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = 1$$



より

$$\frac{\mathrm{RC}}{\mathrm{BR}} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{8}} \quad \cdots (\text{ム}), (\text{メ})$$

二つの三角形の面積の比は

$$\frac{\triangle\mathrm{PBR}}{\triangle\mathrm{ABC}} = \frac{4}{7} \cdot \frac{8}{11} = \frac{\boxed{3}\boxed{2}}{\boxed{7}\boxed{7}} \quad \cdots (\text{モ}), (\text{ヤ}), (\text{ユ}), (\text{ヨ})$$

8. 式変形して

$$
\begin{aligned}
S &= x^2-2(2y-2z+1)x+5y^2+9z^2-4yz+2y-12z+9\\
&= \{x-(2y-2z+1)\}^2-(2y-2z+1)^2+5y^2+9z^2-4yz+2y-12z+9\\
&= (x-2y+2z-1)^2+y^2+5z^2+4yz-2y-8z+8\\
&= (x-2y+2z-1)^2+y^2+2(2z-1)y+5z^2-8z+8\\
&= (x-2y+2z-1)^2+(y+2z-1)^2+z^2-4z+7\\
&= (x-2y+2z-1)^2+(y+2z-1)^2+(z-2)^2+3
\end{aligned}
$$

すなわち

$$S=(x-2y+\boxed{2}\,z-1)^2+(y+\boxed{2}\,z-1)^2+(z-2)^2+3 \quad \cdots (ラ),\ (リ)$$

S が最小となるのは

$$x-2y+2z-1=0,\ \ y+2z-1=0,\ \ z-2=0$$

より

$$x=\boxed{-}\boxed{9},\ \ y=\boxed{-}\boxed{3},\ \ z=2 \quad \cdots (ル),\ (レ),\ (ロ),\ (ワ)$$

英　　　語

工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部

（120分で２教科選択・100点）

〔1〕	1 イ	2 ウ	3 ア	4 ア	5 エ
	6 エ	7 ウ	8 ウ	9 イ	10 イ
〔2〕	11 イ	12 ア	13 ウ	14 ウ	15 エ
	16 ウ	17 ア	18 エ	19 ア	20 イ
〔3〕	21 ク	22 エ	23 ウ	24 キ	25 オ
	26 ウ	27 キ	28 オ	29 イ	30 ク
〔4〕	31 ウ	32 ア	33 エ	34 エ	35 イ
〔5〕	36 ア	37 オ	38 エ	39 ウ	40 イ

国　　語

工・経営情報・国際関係・人文・応用生物・生命健康科・現代教育学部

（120分で２教科選択・100点）

(一)	$\boxed{1}$ ウ	$\boxed{2}$ オ	$\boxed{3}$ イ	$\boxed{4}$ エ	$\boxed{5}$ イ
	$\boxed{6}$ ア	$\boxed{7}$ オ	$\boxed{8}$ イ	$\boxed{9}$ ウ	$\boxed{10}$ オ
	$\boxed{11}$ ウ	$\boxed{12}$ イ	$\boxed{13}$ イ	$\boxed{14}$ オ	
(二)	$\boxed{15}$ エ	$\boxed{16}$ エ	$\boxed{17}$ ウ	$\boxed{18}$ イ	$\boxed{19}$ ア
	$\boxed{20}$ イ	$\boxed{21}$ イ	$\boxed{22}$ オ	$\boxed{23}$ ウ	$\boxed{24}$ オ
	$\boxed{25}$ ウ	$\boxed{26}$ イ	$\boxed{27}$ エ	$\boxed{28}$ ア	
(三)	$\boxed{29}$ エ	$\boxed{30}$ イ	$\boxed{31}$ ア	$\boxed{32}$ ウ	$\boxed{33}$ イ
	$\boxed{34}$ カ				