２０２６年度特別選抜入試

解答例および出題の意図

解答例は別紙を参考にしてください。
出題の意図は以下のとおりです。

数学　基礎的な計算技能を問うとともに、その応用力や解答を求めるための論理的思考力を確認しました。

1. 次の計算をせよ。ただし, i は虚数単位である。

(1) $\dfrac{2}{\sqrt{5}+i\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

【解答例】 $\dfrac{2}{\sqrt{5}+i\sqrt{3}}=\dfrac{2(\sqrt{5}-i\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+i\sqrt{3})(\sqrt{5}-i\sqrt{3})}=\dfrac{2(\sqrt{5}-i\sqrt{3})}{5+3}=\dfrac{\sqrt{5}-i\sqrt{3}}{4}.$

(2) $\sqrt{75}-\sqrt{12}+\sqrt{48}$ を簡単にせよ。

【解答例】 $\sqrt{75}-\sqrt{12}+\sqrt{48}=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=7\sqrt{3}.$

(3) $\dfrac{x^2-4}{x^2+3x+2}\times\dfrac{3x+6}{x^3-8}$ を簡単にせよ。

【解答例】 $\dfrac{x^2-4}{x^2+3x+2}\times\dfrac{3x+6}{x^3-8}=\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+2)}\times\dfrac{3(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\dfrac{3(x+2)}{(x+1)(x^2+2x+4)}.$
またはこれを展開した $\dfrac{3x+6}{x^3+3x^2+6x+4}.$

(4) $\log_6 3+\log_6 12$ を簡単にせよ。

【解答例】 $\log_6 3+\log_6 12=\log_6 36=\log_6(6^2)=2$

2. 次の方程式を解け。

(1) $2x^2-3x-2=0$

【解答例】 $2x^2-3x-2=(2x+1)(x-2).$ より $x=-\dfrac{1}{2},\ 2.$

(2) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

【解答例】 $2x+4y=5\cdot 2=10$ より $3y=6$ なので $y=2.$ このとき $x+2\cdot 2=5$ より $x=1.$

(3) $\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\quad(0^\circ\leqq\theta<360^\circ)$

【解答例】 $\theta=150^\circ, 210^\circ.$

3. 放物線 $y = x^2 + ax + b$ の頂点が (2, 3) であるとき，a, b の値を求めよ。

【解答例】 $x^2 + ax + b = (x-2)^2 + 3 = x^2 - 4x + 7$ より $a = -4, b = 7.$

4. 直線 $ax + 4y = 3$ と直線 $2x - y = 1$ が垂直に交わるとき，a の値を求めよ。

【解答例】 傾きの積が -1 なので $\dfrac{-a}{4} \times 2 = -1.$ したがって $a = 2.$

5. 点 A(3, 4)，点 B(2, 1)，点 C(4, 1) を頂点とする △ABC がある。AB を 2 : 1 に外分する点を D，AC を 3 : 2 に外分する点を E とする。このとき，直線 CD と直線 EB の交点 F の座標を求めよ。

【解答例】 メネラウスの定理より $\dfrac{\mathrm{DB}}{\mathrm{BA}} \times \dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EC}} \times \dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{FD}} = 1$ なので $\dfrac{1}{1} \times \dfrac{3}{2} \times \dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{FD}} = 1.$ したがって $\mathrm{CF} : \mathrm{FD} = 2 : 3$ となる. $\mathrm{D} = \dfrac{(-1)\cdot(3,4) + 2\cdot(2,1)}{(-1)+2} = (1,-2)$ であるから $\mathrm{F} = \dfrac{3\cdot(4,1) + 2\cdot(1,-2)}{3+2} = \left(\dfrac{14}{5}, \dfrac{-1}{5}\right).$

[t2] 2026/2/5(木) 特別選抜試験 (2 月) 記述 解答例 ㊙

1　次の問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ の分母を有理化せよ。

【解答例】：

$$(\text{与式}) = \frac{(3\sqrt{2}-\sqrt{6})(2\sqrt{2}-\sqrt{6})}{(2\sqrt{2}+\sqrt{6})(2\sqrt{2}-\sqrt{6})} = \frac{6\cdot 2 - 5\cdot 2\sqrt{3} - 6}{8-6} = \boxed{3-5\sqrt{3}}。$$

(2)　$\dfrac{5-7i}{3+5i}$ を簡単にせよ。ただし，i は虚数単位である。

【解答例】：

$$(\text{与式}) = \frac{(5-7i)(3-5i)}{(3+5i)(3-5i)} = \frac{15-25i-21i+35i^2}{9-25i^2} = \frac{-20-46i}{34} = \boxed{-\frac{10+23i}{17}}。$$

(3)　$\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{5}{6}}\right)^4 \div \sqrt[3]{a^{-2}b}$ を簡単にせよ。ただし，a，b は正の数である。

【解答例】：

$$(\text{与式}) = a^{\frac{1}{3}\cdot 4}b^{\frac{5}{6}\cdot 4} \times (a^{-2}b)^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{10}{3}} \times a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{3}+\frac{2}{3}}b^{\frac{10}{3}-\frac{1}{3}} = \boxed{a^2b^3}。$$

(4)　$(\log_3 50 - 2\log_3 5)(\log_4 3)$ を簡単にせよ。

【解答例】：

$$(\text{与式}) = (\log_3 50 - \log_3 5^2)\frac{\log_3 3}{\log_3 4} = \left(\log_3 \frac{50}{25}\right)\cdot\frac{1}{\log_3 2^2} = \log_3 2\cdot\frac{1}{2\log_3 2} = \boxed{\frac{1}{2}}。$$

2 次の問いに答えよ。

(1) $3x^2-6x+7=0$ を複素数の範囲まで解け。

【解答例】： 解の公式から

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot3\cdot7}}{2\cdot3}=\frac{6\pm\sqrt{-48}}{6}=\frac{6\pm4\sqrt{3}i}{6}=\boxed{\frac{3\pm2\sqrt{3}i}{3}}$$ となる。

(2) $64\cdot4^x<8^{2x}$ を解け。

【解答例】： (左辺) $=2^6\cdot(2^2)^x=2^{6+2x}$，(右辺) $=(2^3)^{2x}=2^{6x}$ であるから，

$2^{6+2x}<2^{6x}$ となる。底が 1 より大きいから，$6+2x<6x\Leftrightarrow4x>6\Leftrightarrow\boxed{x>\frac{3}{2}}$ となる。

(3) $\sqrt{3}+2\sin(2x)=0\ \ (0\leqq x<2\pi)$ を解け。

【解答例】： $A=2x$ とおくと，$0\leqq x<2\pi$ から $0\leqq A<4\pi\cdots$① であり，$\sqrt{3}+2\sin A\leqq0\cdots$②

となる。②から $2\sin A=-\sqrt{3}\Leftrightarrow\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ になる。この解は①の範囲において

$A=\frac{4}{3}\pi,\ \frac{5}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi+2\pi,\ \frac{5}{3}\pi+2\pi$ となる。求める解は $x=\frac{A}{2}=\boxed{\frac{2}{3}\pi,\ \frac{5}{6}\pi,\ \frac{5}{3}\pi,\ \frac{11}{6}\pi}$

となる。

3 関数 $f(x)=(x+1)e^{-2x}$ について，次の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底である。

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における接線の方程式を求めよ。

(3) $\overset{f}{\cancel{g}}(x)$ の最大値を求めよ。

【解答例】：

(1) $f'(x)=1\cdot e^{-2x}+(x+1)\cdot(-2)e^{-2x}=\boxed{(-2x-1)\cdot e^{-2x}}$ である。

(2) $f(1)=2e^{-2}$，$f'(1)=-3e^{-2}$ であるから，求める接線の方程式は

$y=f'(1)(x-1)+f(1) \iff y=-3e^{-2}(x-1)+2e^{-2} \iff \boxed{y=-3e^{-2}x+5e^{-2}}$ となる。

(3) $x=-\dfrac{1}{2}$ のとき，$f'(x)=0$ である。すべての実数 x に対して，$e^{-2x}>0$ である。

$x>-\dfrac{1}{2}$ のとき $-2x-1<0$ から，$\overset{f'}{\cancel{g'}}(x)<0$ となる。$x<-\dfrac{1}{2}$ のとき，$\overset{f'}{\cancel{g'}}(x)>0$ となる。

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x		$-\dfrac{1}{2}$	
$f\,\cancel{g}'(x)$	$+$	0	$-$
$f\,\cancel{g}(x)$	↗	極大	↘

したがって，$x=-\dfrac{1}{2}$ のとき最小値 $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\boxed{\dfrac{e}{2}}$ となる。

4 次の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $I=\displaystyle\int\left\{\frac{1}{(3x+2)^3}-\sin 4x\right\}dx$ を求めよ。

(2) 定積分 $I=\displaystyle\int_1^2\left(xe^x+\frac{1}{2x-1}\right)dx$ を求めよ。

(3) 曲線 $y=e^{2x}-e^2$ と x軸，y軸，直線 $x=3$ で囲まれた 2 つの部分の面積 S を求めよ。

【解答例】：

(1) $I=\displaystyle\int\{(3x+2)^{-3}-\sin 4x\}\,dx=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{-2}(3x+2)^{-2}+\frac{1}{4}\cos 4x=\boxed{-\frac{1}{6(3x+2)^2}+\frac{\cos 4x}{4}}$

(2) $I=\displaystyle\int_1^2 x(e^x)'\,dx+\int_1^2\frac{1}{2x-1}\,dx=[xe^x]_1^2-\int_1^2 1e^x\,dx+\left[\frac{1}{2}\log(2x-1)\right]_1^2$

$\displaystyle=(2e^2-e)-[e^x]_1^2+\frac{\log 3}{2}=\boxed{e^2+\frac{\log 3}{2}}$

(3) $y=0$ とすると，$e^{2x}-e^2=0\Leftrightarrow e^{2x}=e^2\Leftrightarrow 2x=2\Leftrightarrow x=1$ となる。

e^{2x} は増加関数であるから，$x<1$ のとき $y<0$，$x>1$ のとき $y>0$ となる。求める面積は

$$S=\int_0^1-(e^{2x}-e^2)\,dx+\int_1^3(e^{2x}-e^2)\,dx=\left[-\frac{e^{2x}}{2}+e^2x\right]_0^1+\left[\frac{e^{2x}}{2}-e^2x\right]_1^3$$

$$=\left(\frac{e^2}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{e^6-e^2}{2}-2e^2\right)=\boxed{\frac{e^6-4e^2+1}{2}}$$

となる。