

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬試験問題

区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	外国語科目	参照物	持込 (不可)
	博士前期／修士			英語	形式	全部で 2 枚
	一般試験					

以下の文章を全て日本語に訳しなさい。解答は全て解答用紙に記入すること。

What Is Gravity?

Gravity is a force that pulls objects toward one another. We experience gravity every day, although we do not usually think about it. When an apple falls from a tree, when rain falls from the clouds, or when a person jumps and returns to the ground, gravity is responsible for these actions.

The Earth has a large amount of mass, and this creates a strong gravitational pull. Because of gravity, people, animals, and buildings remain on the Earth's surface. Without gravity, objects would drift away instead of staying where they belong. Gravity also gives objects weight. For example, a person who weighs 60 kilograms on Earth would feel much lighter on the Moon because the Moon's gravity is weaker.

Gravity affects not only things on Earth but also objects in space*1. It helps keep the Moon moving around the Earth and the Earth moving around the Sun. In this way, gravity plays an important role in the movement of planets and other objects in the universe. Scientists can learn a great deal about space by studying how gravity influences motion.

People often think that astronauts have escaped gravity when they travel into space. However, gravity is still acting on them. Astronauts appear to float because they are moving very quickly while falling around the Earth. This creates the feeling of weightlessness inside a spacecraft.

Gravity is essential for life on Earth. It keeps water, air, and living things close to the planet's surface. Without it, many of the conditions necessary for life would not exist. Although we cannot see gravity directly, we can observe its effects almost everywhere around us.

*1 objects in space 宇宙の天体

受験番号	氏 名		配点	採点 (得点)
------	-----	--	----	---------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬試験問題

区 分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科 目 名	外国語科目	参照物	持込 (	不可)
	博士前期／修士			英語(解答用紙)	形式	全部で	2枚
	一般試験						

受験番号

氏 名

	配点	採点 (得点)
--	----	---------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目 名	専門科目	参照物	持込 (可・不可)
	博士前期／修士			数学基礎	形式	全部で 枚
	一般試験					

微分積分学, 線形代数の両方の問題に解答すること. また, 解答は解答用紙に記入すること.

[微分積分学]

1. 次の積分を求めよ.

(1) $\int_0^\pi \cos x \sin x \, dx$

(2) $\int_0^1 x e^x \, dx$

(3) $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(x^2+y^2)} \, dx dy$

(4) $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} \, dx$

2. 関数 $z = e^{2x+y} \cos(x + 3y)$ のグラフの点 $(x, y, z) = (0, 0, 1)$ における接平面を求めよ.

[線形代数]

行列 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ に対して以下の問いに答えよ.

- (1) 固有値を求めよ.
- (2) 固有ベクトルを求めよ.
- (3) 自然数 $n \geq 1$ に対して, 累乗 A^n を求めよ.

受験番号

氏 名

	配点	採点 (得点)
--	----	---------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区分	工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	専門科目	参照物	持込可・不可 ()
	博士前期／修士			数学基礎（解答用紙）	形式	全部で 枚
	一般試験					

[微分積分学]

受験番号

氏名

	配点	採点（得点）
--	----	--------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	専門科目	参照物	持込可・不可 ()
	博士前期／修士			数学基礎（解答用紙）	形式	全部で 枚
	一般試験					

[微分積分学]

受験番号

氏名

	配点	採点（得点）
--	----	--------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	専門科目	参照物	持込可・不可 ()
	博士前期／修士			数学基礎（解答用紙）	形式	全部で 枚
	一般試験					

[線形代数]

受験番号

氏名

	配点	採点（得点）
--	----	--------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	専門科目	参照物	持込可・不可 ()
	博士前期／修士			数学基礎（解答用紙）	形式	全部で 枚
	一般試験					

[線形代数]

受験番号

氏名

	配点	採点（得点）
--	----	--------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題



区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	専門科目	参照物	持込可・不可 ()
	博士前期／修士			数学基礎（解答用紙）	形式	全部で 枚
	一般試験					

[線形代数]

	配点	採点（得点）
--	----	--------

受験番号

氏名

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	専門科目	参照物	持込 (可・不可)
	博士前期／修士			数理サイエンス	形式	全部で 枚
	一般試験					

代数学、幾何学、解析学から一つ選択して解答すること。解答は、解答用紙に記入すること。

[代数学] 実 2×2 行列全体の集合を $M_2(\mathbb{R})$ とあらわす. $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ とし, 線型写像 $F: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ を

$$F(X) = AX + {}^tXA$$

と定める (ただし, tX は X の転置行列である). 以下の問いに答えよ.

(1) V の基底 $\left\{ E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, E_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$ に関する F の表現行列を B とする. B を求めよ.

(2) B の広義固有空間についてそれぞれの正規直交基底を求めよ.

[幾何学]

複素射影空間に適切な位相を与え, その位相について, 複素射影空間はコンパクトであることを示せ.

[解析学]

- $\mathbb{R}$ 上の実数値連続関数列 $\{f_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ が関数 f に一様収束するならば, f は連続であることを示せ.
- 开区間 $(0, 1)$ 上の連続関数 f は, すべての $x \in (0, 1)$ に対し, $f(x) > 0$ であるとする. $n \in \mathbb{N}$ に対し,

$$a_n := \left(\int_0^1 (f(x))^n dx \right)^{\frac{1}{n}}, \quad \alpha := \sup\{f(x); 0 < x < 1\}$$

とおくとき, 次を示せ.

- $0 < a_n \leq \alpha.$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha.$

受験番号

氏 名

	配点	採点 (得点)

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	専門科目	参照物	持込可・不可 ()
	博士前期／修士	数理サイエンス（解答用紙）		形式	全部で 枚	
	一般試験					

選択した問題に丸をつけてください (代数学・幾何学・解析学)

受験番号

氏名

	配点	採点 (得点)
--	----	---------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題



区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	専門科目	参照物	持込 (可・不可)
	博士前期／修士			数理サイエンス（解答用紙）	形式	全部で 枚
	一般試験					

選択した問題に丸をつけてください (代数学・幾何学・解析学)

受験番号

氏名

	配点	採点 (得点)
--	----	---------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区 分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専 攻	科 目 名	専 門 科 目	参 照 物	持込不可
	博士前期／修士			物理サイエンス	形 式	全部で 4 枚
	一 般 試 験					

問 A

xy 平面上に質量 m と M の 2 つの質点がある。質量 M の質点は座標原点にあり動かない。質量 m の質点の位置ベクトルを $\vec{r} = (x, y)$ とし、 $r = |\vec{r}|$ とする。2 質点の間には万有引力ポテンシャル

$$U(r) = -G \frac{mM}{r} \quad (1)$$

だけがはたらいている。ここで G は万有引力定数と呼ばれる正の定数である。

- (1) 系のラグランジアンを平面極座標 r, ϕ を用いて書きなさい。
- (2) r および ϕ に共役な運動量 p_r, p_ϕ をそれぞれ書きなさい。
- (3) 系のハミルトニアン H を求めなさい。
- (4) p_ϕ が時間によらず一定の値であることを示しなさい。この値を ℓ とします： $p_\phi(t) = \ell$ 。
- (5) p_ϕ が保存する理由は系がどのような対称性を持つからか、簡単に述べなさい。
- (6) p_r についての正準方程式を求めなさい。ここでは $U(r)$ は (1) 式を代入せずに $U(r)$ のままで構いません。
- (7) 前問で求めた p_r についての正準方程式が、 $U_{\text{eff}}(r) = U(r) + f(r)$ として

$$\frac{d}{dt}p_r = -\frac{d}{dr}U_{\text{eff}}(r) \quad (2)$$

の形に変形できるとしたとき、関数 $f(r)$ を求めなさい。

- (8) $U_{\text{eff}}(r)$ が最小となる r の値 $r = r_*$ を求めなさい。

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区 分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専 攻	科 目 名	専 門 科 目	参 照 物	持込不可
	博士前期／修士			物理サイエンス	形 式	全部で 4 枚
	一 般 試 験					

問 B

真空中で、ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ が

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

を満たすとする。また、

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

と定義する。

次の問いに答えよ。ただし、必要に応じて

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0, \quad \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

を用いてよい。

(1) $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ を示せ。また、この式が表す物理的内容を述べよ。

(2) $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ を示せ。また、この式が表す物理的内容を述べよ。

(3) $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ を示せ。また、この式が表す物理的内容を述べよ。

(4) $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ を示せ。また、この式が表す物理的内容を述べよ。

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区 分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専 攻	科 目 名	専 門 科 目	参 照 物	持込不可
	博士前期／修士			物理サイエンス	形 式	全部で 4 枚
	一般試験					

問 C

N 個のスピン $\frac{1}{2}$ の粒子からなる系を、一様な静磁場中に置く。各粒子の磁気モーメントの大きさを μ 、磁束密度の大きさを $B (> 0)$ とすると、各粒子のエネルギー準位は

$$\epsilon_1 = -\mu B, \quad \epsilon_2 = \mu B$$

で与えられる。粒子間相互作用は無視できるものとする。また、各粒子は空間に局在しており、互いに区別できるものとして扱ってよい。この粒子系が絶対温度 T の熱浴と熱平衡状態にあるとして、以下の問いに答えよ。なお、ボルツマン定数を k_B 、 $\beta = \frac{1}{k_B T}$ とする。必要に応じて、

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x},$$

$$\frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x, \quad \frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x, \quad \frac{d}{dx} \tanh x = \frac{1}{\cosh^2 x},$$

さらに、 $|x| \ll 1$ のとき $\tanh x \simeq x$ を用いてよい。

- (1) 1 粒子系の分配関数 z とヘルムホルツの自由エネルギー $f = -k_B T \log z$ を求め、 N 粒子系のヘルムホルツの自由エネルギー F を求めよ。
- (2) 熱力学では、外部磁場との磁気相互作用エネルギーを含めた系のエネルギーを U とすると、

$$dU = T dS - M dB$$

が成り立つ。ここで、 S は系のエントロピー、 M は系全体の磁気モーメント（以下、磁化と呼ぶ）である。ヘルムホルツ自由エネルギーを $F = U - TS$ と定義する。このとき、

$$dF = -S dT - M dB$$

を導出し、さらに $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_B$ 、 $M = -\left(\frac{\partial F}{\partial B}\right)_T$ を示せ。

- (3) この結果を用いて、 N 粒子系のエントロピーが

$$S = N k_B \log(1 + e^{-2\beta\mu B}) + N k_B \frac{2\beta\mu B}{e^{2\beta\mu B} + 1}$$

となることを示せ。

さらに、磁束密度 B を一定に保ったまま極限 $T \rightarrow 0$ をとったときの $\lim_{T \rightarrow 0} S$ を求めよ。また、得られた結果が熱力学第 3 法則と整合しているかどうかを述べ、その理由を簡潔に説明せよ。

- (4) $U = -N\mu B \tanh(\beta\mu B)$ となることを示せ。
- (5) $M = N\mu \tanh(\beta\mu B)$ となることを示せ。さらに、 $\mu B \ll k_B T$ のとき、 $M = \chi B$ を満たす磁化率 χ を求めよ。

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区 分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専 攻	科 目 名	専 門 科 目	参 照 物	持込不可
	博士前期／修士			物理サイエンス	形 式	全部で 4 枚
	一 般 試 験					

問 D

次の量子力学の問題を答よ。途中式を全て書くように。

質量 m の粒子が、1 次元領域

$$0 < x < L$$

に閉じ込められている。ポテンシャルエネルギーは

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (0 < x < L), \\ \infty & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

で与えられるものとする。粒子の波動関数 $\psi(t, x)$ は、Schrödinger 方程式

$$i\hbar \frac{\partial \psi(t, x)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(t, x)$$

に従う。

(1) 波動関数が満たす境界条件を示せ。

(2) $\psi(t, x) = e^{-i\frac{E_n}{\hbar}t}\psi_n(x)$ として、規格化されたエネルギー固有関数 $\psi_n(x)$ を求めよ。 E_n (n は自然数) はエネルギー固有値であり、規格化とは

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t, x)|^2 dx = 1$$

を満たすことである。

(3) エネルギー固有値 E_n を求めよ。

(4) 基底状態 $n = 1$ における位置の期待値 $\langle x \rangle$ を求めよ。

(5) 基底状態における運動量の期待値 $\langle p \rangle$ を求めよ。ただし、

$$\hat{p} = -i\hbar \frac{d}{dx}$$

とする。

(6) 基底状態における運動エネルギーの期待値

$$\left\langle \frac{\hat{p}^2}{2m} \right\rangle$$

を求めよ。

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区 分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専 攻	科 目 名	専 門 科 目	参 照 物	持込不可
	博士前期／修士			物理サイエンス（解答用紙）	形 式	全部で 1 枚
	一 般 試 験					

問 A B C D （選択した問題記号を○で囲む）

受験番号

氏 名

	配点	採点（得点）
--	----	--------

2027 年度 中部大学大学院入学試験模擬問題

区分	理工学 数理・物理サイエンス	研究科 専攻	科目名	専門科目	参照物	持込不可
	博士前期／修士			物理サイエンス（解答用紙）	形式	全部で 1 枚
	一般試験					

問 A B C D （選択した問題記号を○で囲む）

受験番号

氏 名

	配点	採点（得点）
--	----	--------